2027학년도 / 수리논술

고려대

세종 자연

최종점검

FINAL 10

맛보기 / 제04회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

최민구 T

BlueMath 2027

고려대 세종 수능 후 최종점검

자연 I · B2 문제편

조건 변경과 발상 결합

이번 책의 목표

기존 개념을 함수의 구조, 사차함수의 높이, 적분의 분모와 해의 개수에 연결합니다.

적용 대상과 구성

일반전형 자연계열(약학과 제외)·자유전공학부(과학기술). 수학·수학 I ·수학 II ·미적분 범위의 수리논술을 연습합니다.

2027학년도 공식 요강은 120분, 6문제 내외를 안내합니다. 이 회차는 6문항, 총 1000점으로 편성했습니다. 배점과 문항별 시간은 BlueMath 연습용입니다.

기록

이름: _____ 날짜: _____

시작: _____ 종료: _____

2026년 10월 28일 편성. 대학 공식 시험지가 아닙니다.
2027 가이드북에 수록된 2026 실제 기출과 기존 BlueMath 자료를 기준으로 편성했습니다. 학생 실측 전의 연습 자료입니다.

B2 · 01 160점

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 함수 $f : X \to X$가 모든 $x \in X$에 대하여 $f(f(x)) = x$를 만족한다. $f(x) = x$를 만족하는 원소가 정확히 두 개이고 $f(1) \neq 1$일 때, 가능한 함수 f의 개수를 구하시오.

풀이 과정과 근거를 문항별 지정 답안란에 작성하는 연습을 하십시오.

B2 · 02 170점

$1 < a < 3$이고 최고차항의 계수가 1인 사차함수 f가

$$f'(x) = 4(x-1)(x-a)(x-3), \qquad f(1) = 0, \qquad \int_1^3 f'(x)\,dx = 0$$

을 만족한다. f를 구하시오. 실수 k에 대하여 $|f(x) - k|$가 미분가능하지 않은 실수 x의 개수를 $N(k)$라 할 때, 모든 k에 대하여 $N(k)$를 구하시오.

풀이 과정과 근거를 문항별 지정 답안란에 작성하는 연습을 하십시오.

B2 · 03 160점

다음 정적분의 값을 구하시오.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x \sin x}{(\sin x + \cos x)^2}\, dx.$$

풀이에 사용하는 부정적분을 미분하여 확인하고, 적분 구간에서 분모가 0이 되지 않음을 설명하시오.

풀이 과정과 근거를 문항별 지정 답안란에 작성하는 연습을 하십시오.

B2 · 04 170점

$0 \le a \le 4$에 대하여

$$I(a) = \int_0^2 x|x^2 - a|\,dx$$

라 하자. $I(a)$의 최솟값과 그때의 a를 구하시오. a=0,4인 경우도 포함하여 설명하시오.

풀이 과정과 근거를 문항별 지정 답안란에 작성하는 연습을 하십시오.

B2 · 05 170점

$t > 1$이다. 곡선 $y = x^3 - 3x$ 위의 점 $(t, t^3 - 3t)$에서의 접선과 두 좌표축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 $S(t)$라 한다. $S(t)$의 최솟값과 그때의 t를 구하시오.

풀이 과정과 근거를 문항별 지정 답안란에 작성하는 연습을 하십시오.

B2 · 06 170점

닫힌구간 $[1, e^2]$에서 방정식

$$\ln x = a(x-1)$$

이 서로 다른 두 실근을 갖게 하는 모든 실수 a의 범위를 구하시오.

풀이 과정과 근거를 문항별 지정 답안란에 작성하는 연습을 하십시오.

최민구 T

BlueMath 2027

고려대 세종 수능 후 최종점검

자연 I · B2 상세해설

첫 판단부터 모범답안까지

이번 책의 목표

기존 개념을 함수의 구조, 사차함수의 높이, 적분의 분모와 해의 개수에 연결합니다.

해설의 시간을 먼저 목표로 삼기보다 자신의 첫 판단과 계산 시간을 기록하십시오.

적용 대상과 구성

일반전형 자연계열(약학과 제외)·자유전공학부(과학기술). 수학·수학 I ·수학 II ·미적분 범위의 수리논술을 연습합니다.

2027학년도 공식 요강은 120분, 6문제 내외를 안내합니다. 이 회차는 6문항, 총 1000점으로 편성했습니다. 배점과 문항별 시간은 BlueMath 연습용입니다.

기록

이름: _____ 날짜: _____

시작: _____ 종료: _____

2026년 10월 28일 편성. 대학 공식 시험지가 아닙니다.
2027 가이드북에 수록된 2026 실제 기출과 기존 BlueMath 자료를 기준으로 편성했습니다. 학생 실측 전의 연습 자료입니다.

B2-1 · 두 번 적용하면 제자리인 함수

BlueMath 신규 N07 | 수학 · 함수와 경우의 수

첫 판단과 이유

$f(a)=b$이면 $f(b)=a$이다. 제자리에 남지 않는 원소는 둘씩 짝지어 서로의 값이 된다.

1. 함수의 구조

$f(a)=f(b)$이면 양변에 f를 적용하여 a=b를 얻으므로 서로 다른 원소의 함수값이 같아질 수 없다. 또한 $f(a)=b\neq a$이면 $f(b)=a$이므로 두 원소가 한 쌍을 이룬다.

2. 제자리에 남는 두 원소

1은 제자리에 남지 않는다. 따라서 $2,3,4,5,6$ 중 두 원소를 고르며 $\binom{5}{2}=10$가지이다.

3. 남은 네 원소의 짝

남은 네 원소 중 1과 짝이 되는 원소를 고르는 방법은 3가지이다. 그 둘의 값을 서로 바꾸면 나머지 두 원소의 값도 서로 바꾸는 것으로 유일하게 정해진다.

$$10\times 3=30.$$

이렇게 만든 함수는 고정된 원소가 정확히 두 개이고, 나머지는 서로 값을 바꾸므로 두 번 적용하면 원래 원소가 된다. 따라서 빠짐이나 중복이 없다.

정답

$$30$$

모범답안의 흐름

제자리에 남는 원소는 2부터 6 중 두 개로 10가지이다. 남은 네 원소에서 1의 짝은 3가지, 마지막 두 원소는 자동으로 정해져 총 30가지이다.

연습용 부분점수·감점: 함수 조건의 해석 50점, 고정 원소 선택 50점, 나머지 짝과 중복 확인 60점. 짝의 순서를 다시 곱하지 않는다.

정당하게 줄이는 계산: 두 쌍을 순서 있게 나열하는 대신 원소 1의 짝을 먼저 정하면 중복을 피할 수 있다.

기존 교재 연결: 2025 자연 I 1번·2번; C01·C02 연결. 권장 16분은 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

B2-2 · 적분 조건과 절댓값의 미분가능성

BlueMath 신규 N08 | 수학 II

첫 판단과 이유

적분 조건은 두 극솟값이 같다는 뜻이다. 가운데를 x=2로 옮기면 a가 들어 있는 부분과 홀함수 부분을 분리할 수 있다.

1. a와 f의 결정

$u=x-2$라 놓으면

$$0=4\int_{-1}^{1}(u^2-1)(u+2-a)du=4(2-a)\left(\frac{2}{3}-2\right)=-\frac{16}{3}(2-a).$$

따라서 a=2이다. $\{(x-1)^2(x-3)^2\}'=4(x-1)(x-2)(x-3)$이고 f(1)=0이므로

$$f(x)=(x-1)^2(x-3)^2=\{(x-2)^2-1\}^2.$$

2. 미분가능성 판정

$f(c)=k$이고 $f'(c)\neq 0$인 점에서만 $|f-k|$가 미분가능하지 않다. 도함수가 0인 근에서는 미분계수의 정의에 나타나는 식의 절댓값이 0으로 수렴하므로 미분가능하다.

3. 높이별 분류

f의 최솟값은 x=1,3에서 0이고, 그 사이 x=2의 극댓값은 1이다. k<0이면 근이 없다. k=0의 두 근은 모두 f′=0이므로 N=0이다. $0<k<1$이면 네 증감 구간에 각각 단순근이 하나씩 있어 N=4이다. k=1이면 x=2의 근은 제외하고 바깥의 두 단순근만 남아 N=2이다. k>1도 바깥의 두 단순근이므로 N=2이다.

정답

$$f(x)=(x-1)^2(x-3)^2,\quad N(k)=\begin{cases}0 & (k\le 0),\\ 4 & (0<k<1),\\ 2 & (k\ge 1).\end{cases}$$

모범답안의 흐름

대칭 구간 적분에서 a=2, 초기값에서 $f=(x-1)^2(x-3)^2$. $f=k$인 근 중 f′가 0인 근을 제외하면 N은 k≤0에서 0, 0<k<1에서 4, k≥1에서 2이다.

연습용 부분점수·감점: a와 f 60점, 미분가능성 근거 40점, 다섯 높이 분류 70점. k=0과 1은 반드시 별도로 확인한다.

정당하게 줄이는 계산: $f(x)=\{(x-2)^2-1\}^2$로 쓰면 k가 0,1을 지날 때 근 개수가 바뀌는 이유를 직접 볼 수 있다.

기존 교재 연결: C10·V12; 2026 자연 I 2번 구조 연결. 권장 25분은 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

B2-3 · 분수 형태의 도함수를 거꾸로 찾기

BlueMath 신규 N09 · 중국 문항의 적분 발상 참고 | 미적분

첫 판단과 이유

분모가 제곱이고 분자에 지수함수와 삼각함수가 함께 있다. $\dfrac{e^x}{\sin x+\cos x}$를 미분하면 분자가 단순해지는지 살펴본다.

1. 분모 확인

$0\le x\le\dfrac{\pi}{2}$에서는 sin x와 cos x가 모두 음수가 아니고 동시에 0이 되지 않는다. 따라서 $\sin x+\cos x>0$이다.

2. 미분으로 부정적분 확인

$$\left(\frac{e^x}{\sin x+\cos x}\right)'=\frac{e^x\{(\sin x+\cos x)-(\cos x-\sin x)\}}{(\sin x+\cos x)^2}=\frac{2e^x\sin x}{(\sin x+\cos x)^2}.$$

따라서 적분함수의 한 부정적분은 $\dfrac{e^x}{2(\sin x+\cos x)}$이다.

3. 끝값

$$I=\left[\frac{e^x}{2(\sin x+\cos x)}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{e^{\frac{\pi}{2}}-1}{2}.$$

양끝에서도 분모는 1이므로 정적분 계산이 유효하다.

정답

$$\frac{e^{\frac{\pi}{2}}-1}{2}$$

모범답안의 흐름

몫을 미분하면 $\left(\dfrac{e^x}{\sin x+\cos x}\right)'$가 적분함수의 2배이다. 분모는 구간에서 양수이므로 끝값을 대입하여 $\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}}-1}{2}$를 얻는다.

연습용 부분점수·감점: 분모의 양수 30점, 부정적분 탐색·미분 확인 90점, 끝값 40점. 분모 미분의 부호를 정확히 처리한다.

정당하게 줄이는 계산: 부분적분을 반복하기 전에 분모의 제곱을 만드는 몫의 미분을 먼저 확인한다.

기존 교재 연결: C08·W17; 중국 제11회 전국대학생수학경시대회 비수학부 2019 I(3). 권장 13분은 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

B2-4 · 움직이는 경계가 있는 정적분

BlueMath 신규 N10 | 수학 II · 미적분

첫 판단과 이유

구간에서 x는 음수가 아니며, 절댓값 안의 부호는 $x=\sqrt{a}$에서 바뀐다. 이 지점이 항상 적분 구간 안에 있다.

1. 부호에 따른 분할

$$I(a)=\int_0^{\sqrt{a}} x(a-x^2)\,dx+\int_{\sqrt{a}}^{2} x(x^2-a)\,dx.$$

두 적분을 계산하면 각각 $\frac{a^2}{4}$, $4-2a+\frac{a^2}{4}$이다. 따라서

$$I(a)=\frac{a^2}{2}-2a+4=\frac{(a-2)^2}{2}+2.$$

2. 최솟값과 등호

제곱항은 0 이상이고 a=2가 허용 구간에 있으므로 최솟값은 2이며 그때의 a는 2뿐이다.

3. 양끝

a=0이면 첫 적분의 두 끝이 같아 0이고 $I(0)=\int_0^2 x^3dx=4$이다. a=4이면 두 번째 적분이 0이며 $I(4)=\int_0^2 x(4-x^2)dx=4$이다. 위의 하나의 식은 양끝에서도 성립한다.

정답

$$\min I(a)=2, \qquad a=2$$

모범답안의 흐름

$x=\sqrt{a}$에서 나누어 적분하면 $I(a)=\frac{(a-2)^2}{2}+2$. 따라서 최솟값 2는 a=2에서만 갖고, 양끝 a=0,4의 값은 4이다.

연습용 부분점수·감점: 부호·분할 60점, 적분·식 정리 60점, 최소·끝점 50점. 적분 경계를 a로 쓰지 않고 √a로 쓴다.

정당하게 줄이는 계산: $u=x^2$로 치환하면 $\frac{1}{2}\int_0^4 |u-a|du$이므로 두 직각삼각형의 넓이로도 구할 수 있다.

기존 교재 연결: C10·C12; 절댓값 적분과 최솟값 연결. 권장 18분은 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

B2-5 · 삼차곡선의 접선과 최소 넓이

BlueMath 신규 N11 | 미적분

첫 판단과 이유

접선의 두 절편으로 넓이를 구하면 t의 짝수 거듭제곱만 남는다. $z=t^2$로 놓아 한 변수의 유리함수로 정리한다.

1. 절편과 넓이

접선은 $y=(3t^2-3)x-2t^3$이다. t>1이므로 x절편은 $\dfrac{2t^3}{3t^2-3}>0$, y절편은 $-2t^3<0$이다. 따라서

$$S(t)=\frac{2t^6}{3(t^2-1)}.$$

2. 변수 변경과 증감

$z=t^2>1$이라 하면 $S=H(z)=\dfrac{2z^3}{3(z-1)}$이다.

$$H'(z)=\frac{2z^2(2z-3)}{3(z-1)^2}.$$

따라서 $1<z<\dfrac{3}{2}$에서 감소하고 $z>\dfrac{3}{2}$에서 증가한다. 최솟값은 $z=\dfrac{3}{2}$에서 얻는다.

$$S_{\min}=\frac{2(\frac{3}{2})^3}{3(\frac{3}{2}-1)}=\frac{9}{2},\qquad t=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

3. 달성 확인

이 t는 1보다 크고 두 절편의 부호도 유지되므로 삼각형이 실제로 존재한다. 증감으로 전 구간의 최소이며 t>0에서 t^2는 일대일이므로 t는 유일하다.

정답

$$\frac{9}{2},\qquad t=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

모범답안의 흐름

두 절편에서 $S=\dfrac{2t^6}{3(t^2-1)}$. $z=t^2>1$로 바꾸어 미분하면 $z=\dfrac{3}{2}$에서 감소 후 증가한다. 최솟값은 $\dfrac{9}{2}$, 그때의 t는 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$이다.

연습용 부분점수·감점: 접선·절편 50점, 넓이·변수 변경 50점, 도함수·최소·범위 70점. 분모 t^2-1의 양수를 먼저 확인한다.

정당하게 줄이는 계산: 분모가 양수이므로 $S-\dfrac{9}{2}$의 분자를 인수분해하여 최솟값을 증명해도 된다.

기존 교재 연결: C12 및 V13의 접선·축·최적화 결합. 권장 21분은 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

B2-6 · 항상 있는 근과 새로 생기는 근

BlueMath 신규 N12 | 미적분

첫 판단과 이유

x=1은 a와 관계없이 항상 근이다. 따라서 x>1에서 생기는 근이 정확히 하나인지 조사한다.

1. x>1에서 새로운 함수

$$a = F(x) = \frac{\ln x}{x-1} \qquad (1 < x \le e^2).$$

미분하면 $F'(x) = \dfrac{1 - \frac{1}{x} - \ln x}{(x-1)^2}$이다.

2. 감소의 일반 증명

$G(x) = 1 - \dfrac{1}{x} - \ln x$라 하면 G(1)=0이고

$$G'(x) = \frac{1-x}{x^2} < 0 \quad (x > 1).$$

따라서 G(x)<0, F′(x)<0이다. F는 구간에서 연속이고 엄격히 감소하므로 같은 높이의 교점은 많아야 하나이다.

3. 값의 범위와 양끝

미분계수의 정의에서 $\lim_{x\to 1+} F(x) = 1$이고 $F(e^2) = \dfrac{2}{e^2-1}$이다. x=1은 F의 정의역에서 빠졌으므로 윗값 1은 얻지 못하며 오른쪽 끝 e^2는 포함된다.

$$\boxed{\frac{2}{e^2-1} \le a < 1}.$$

이 범위에서는 중간값 정리와 엄격한 감소에 의해 x>1의 근이 정확히 하나이므로, 고정된 근 1과 합쳐 두 실근이다.

정답

$$\frac{2}{e^2-1} \le a < 1$$

모범답안의 흐름

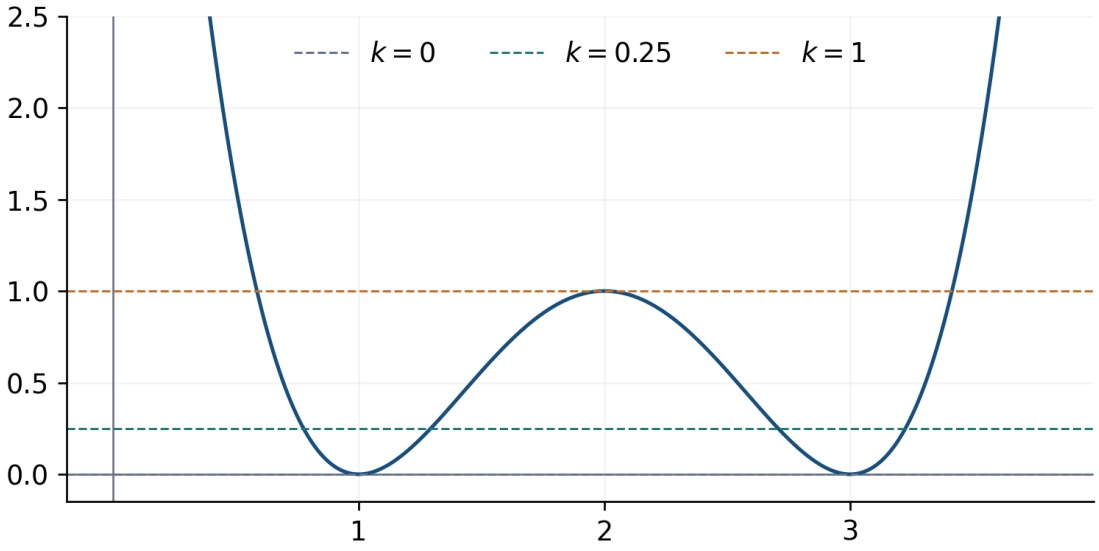
x=1 이외의 근은 $a = \dfrac{\ln x}{x-1}$의 교점이다. 이 함수는 $(1, e^2]$에서 1부터 $\dfrac{2}{e^2-1}$까지 엄격히 감소하므로 범위는 $\dfrac{2}{e^2-1} \le a < 1$.

연습용 부분점수·감점: 고정 근 분리 40점, 엄격한 감소 70점, 값의 범위·등호 60점. a=1에서는 추가 근이 없어 제외한다.

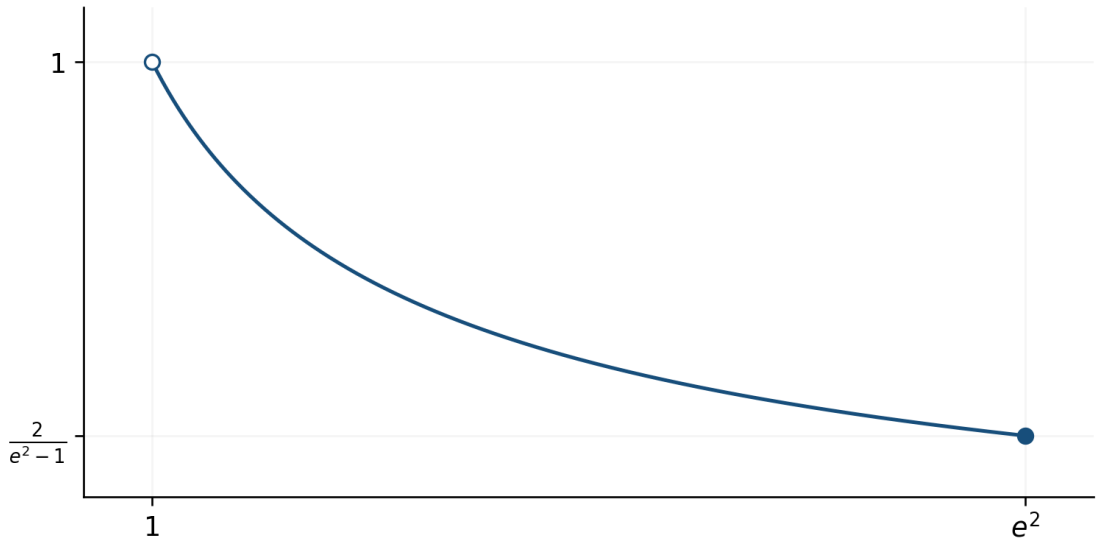
정당하게 줄이는 계산: 직선과 로그 곡선을 그려 예상한 뒤, $\dfrac{\ln x}{x-1}$의 감소로 근의 수를 확정한다.

기존 교재 연결: C05; 지수·로그의 그래프와 해 개수. 권장 22분은 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

B2 · 그래프와 도형 확인



B2-2 · k=0과 k=1에서는 도함수가 0인 근이 포함되므로 근의 개수와 미분 불가능점 개수가 다릅니다.



B2-6 · x=1은 이 보조함수의 정의역에 포함되지 않지만, 원래 방정식에서는 항상 근입니다.