2027학년도 / 수리논술

광운대

자연

최종점검
FINAL 10

맛보기 / 제05회

실제 수록 회차의 문제와 정답·해설

최민구 T

BlueMath 2027

광운대 수능 후 최종점검

B1 문제편

전형 재현

대상·범위

서울캠퍼스 논술우수자전형 자연계열. 수학·수학 I ·수학 II ·미적분·확률과 통계. 자연1교시와2교시는 모집단위 배정이 다릅니다. 이 교재는 공통 시험 구조와 범위를 연습하는 자료입니다.

실전 운영

120분 · 2대문항 · 각5소문항 · 총100점. 풀이와 이유를 함께 쓰십시오. 문제별 배점은 기출 부분을 제외하면 연습용입니다. 시간·난도는 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

기록

이름: _____ 날짜: _____

시작: _____ 종료: _____

2026년10월28일 편성. 대학 공식 시험지가 아닙니다.
올해2027 공식 모의논술을 주요 기준으로 삼고2026 실제 기출을 보완했습니다.

B1 · 논제1 50점

각 소문항은 필요한 경우에만 앞 소문항을 참조합니다.

[1] **10점**

$n \geq 3$인 자연수에 대하여 $3^n \geq n^3$임을 수학적 귀납법으로 증명하고 등호가 성립하는 n을 구하시오.

[2] **10점**

모든 $x > 0$에서 $\ln x \leq x - 1$임을 보이고, $f(x) = x - \ln x$의 $[1, e^2]$에서의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

[3] **10점**

차수가3이하인 다항함수 f가 $f(-x) = f(x)$, $f(0) = 1$, $\displaystyle\int_0^1 x e^{f(x)}\,dx = \frac{e^3 - e}{4}$를 만족한다. f를 구하고 유일함을 보이시오.

[4] **10점**

모든 $x \neq 0, -1$에서 $\dfrac{ax+4}{x} + \dfrac{bx+b-4}{x+1} = 3 + \dfrac{a^2+b^2-1}{x(x+1)}$이다. $a^3 + b^3$를 구하시오.

[5] **10점**

어떤 모집단에서 성질 D를 가진 비율은 $\dfrac{1}{10}$이다. D를 가진 대상이 검사에서 양성일 확률은 $\dfrac{4}{5}$, D가 없는 대상이 양성일 확률은 $\dfrac{1}{5}$이다. 임의로 고른 대상이 양성일 때 D를 가졌을 확률을 구하시오.

B1 · 논제1 답안 공간

소문항 번호·출발식의 이유·계산·결론을 구분하십시오.

B1 · 논제2 50점

각 소문항은 필요한 경우에만 앞 소문항을 참조합니다.

[1] **10점**

$\lim_{n\to\infty} n\sum_{k=n}^{3n} \ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right)$를 구하시오. $n \geq 2$로 계산한다.

[2] **10점**

$h(x) = e^x - 2e^{-x}$의 역함수를 g라 한다. $g(x)$를 구하고 모든 실수에서 정의됨을 보이시오.

[3] **10점**

앞 문항의 g에 대하여 $\int_{-1}^{1} g(y)\,dy$를 구하시오.

[4] **10점**

$f(0) = 1$, $f'(x) - 2f(x) = 2xe^{2x}$를 만족하는 미분가능한 함수 f에 대하여 $f(x)$와 $\int_0^1 f(x)\,dx$를 구하시오.

[5] **10점**

정규모집단 $N(40, 16)$에서 크기16의 임의표본을 추출한다. 표본평균 $\overline{X}$에 대해 $P(39 \leq \overline{X} \leq 41)$을 구하시오. $P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.6826$을 사용한다.

B1 · 논제2 답안 공간

소문항 번호·출발식의 이유·계산·결론을 구분하십시오.

최민구 T

BlueMath 2027

광운대 수능 후 최종점검

B1 상세해설

전형 재현

대상·범위

서울캠퍼스 논술우수자전형 자연계열. 수학·수학 I ·수학 II ·미적분·확률과 통계. 자연1교시와2교시는 모집단위 배정이 다릅니다. 이 교재는 공통 시험 구조와 범위를 연습하는 자료입니다.

실전 운영

120분 · 2대문항 · 각5소문항 · 총100점. 풀이와 이유를 함께 쓰십시오. 문제별 배점은 기출 부분을 제외하면 연습용입니다. 시간·난도는 편집 추정이며 학생 실측이 아닙니다.

기록

이름: _____ 날짜: _____

시작: _____ 종료: _____

2026년10월28일 편성. 대학 공식 시험지가 아닙니다.
올해2027 공식 모의논술을 주요 기준으로 삼고2026 실제 기출을 보완했습니다.

B1-1-1 · 지수와 다항식의 비교

수학 Ⅰ | BlueMath 신규 예상 B1-1-1

첫 판단과 이유

다음 항으로 갈 때 지수식은3배가 됩니다. 세제곱식의 증가 비율이3보다 작음을 확인합니다.

계산과 논증

$n=3$이면 양변은27입니다. $k\ge 3$에서 $3^k\ge k^3$이라 하면

$$3^{k+1}\ge 3k^3>(k+1)^3.$$

마지막 부등식은 $\left(\frac{k+1}{k}\right)^3\le\left(\frac{4}{3}\right)^3=\frac{64}{27}<3$이기 때문입니다. 따라서 귀납법으로 모든 $n\ge 3$에서 성립하며, 다음 항으로 넘어갈 때에는 항상 엄격한 부등식이므로 등호는 $n=3$에서만 성립합니다.

정답

$n\ge 3$에서 성립, 등호는 $n=3$

제출용 모범답안

첫 경우에서 등호를 확인한다. 귀납가정에3을 곱하고 $\frac{k+1}{k}\le\frac{4}{3}$을 이용하면 다음 경우에서 엄격한 부등식을 얻는다.

부분점수·감점 요소

첫 경우 2점, 귀납 연결 5점, 등호 3점.

귀납가정만3배한 뒤 비교 근거를 생략하지 않습니다.

정당하게 줄이는 계산

양변을 k^3으로 나누면 필요한 비교가 일정한 수로 정리됩니다.

B1-1-2 · 로그 부등식

미적분 | BlueMath 신규 예상 B1-1-2

첫 판단과 이유

부등식의 두 변의 차를 하나의 함수로 두면 최소가 되는 점을 찾을 수 있습니다.

계산과 논증

$H(x)=x-1-\ln x$라 하면 $H'(x)=1-\dfrac{1}{x}$입니다. $0<x<1$에서 감소하고 $x>1$에서 증가하므로 $H(1)=0$이 유일한 최솟값입니다. 따라서 부등식이 성립하고 등호는1에서만 가능합니다. $f=H+1$은 $[1,e^2]$에서 증가하므로 최솟값은 $f(1)=1$, 최댓값은 $f(e^2)=e^2-2$입니다.

정답

$\min f=1,\quad \max f=e^2-2$

제출용 모범답안

$H'=1-\dfrac{1}{x}$의 부호에서 $H\ge 0$을 얻는다. 요구 구간에서는 f가 증가하므로 양끝에서 최소1과 최대 e^2-2를 얻는다.

부분점수·감점 요소

정의역·증감 4점, 부등식·등호 3점, 최대·최소 3점.

로그의 정의역 $x>0$을 유지합니다.

정당하게 줄이는 계산

차의 최솟값0을 보이면 부등식이 증명됩니다.

B1-1-3 · 대칭성과 지수 적분

미적분 | BlueMath 신규 예상 B1-1-3

첫 판단과 이유

짝함수의 형태와 상수항을 먼저 정한 후 남은 계수의 대소를 적분값의 대소로 옮깁니다.

계산과 논증

$f(x)=bx^2+1$입니다. $b=2$이면

$$\int_0^1 xe^{2x^2+1}dx=\left[\frac{1}{4}e^{2x^2+1}\right]_0^1=\frac{e^3-e}{4}.$$

$b>2$이면 모든 $0<x\le 1$에서 적분함수가 더 크고 $b<2$이면 더 작습니다. 따라서 적분값이 주어진 값과 같을 수 있는 계수는2뿐입니다. 원래 대칭성과 초기값도 만족합니다.

정답

$f(x)=2x^2+1$

제출용 모범답안

$f=bx^2+1$이고 $b=2$가 조건을 만족한다. 양의 구간에서 적분함수는 b에 따라 엄격히 증가하므로 다른 계수는 불가능하다.

부분점수·감점 요소

형태 3점, 계산 3점, 유일성 4점.

특정 계수의 대입 확인과 유일성 증명을 구별합니다.

정당하게 줄이는 계산

계수 방정식 대신 함수의 대소를 사용합니다.

B1-1-4 · 항등식과 세제곱 합

수학 | BlueMath 신규 예상 B1-1-4

첫 판단과 이유

분모를 곱해 계수를 비교한 뒤 대칭식으로 계산합니다.

계산과 논증

분모를 곱하면 $(a+b)x^2+(a+b)x+4=3x^2+3x+a^2+b^2-1$입니다. 따라서 $a+b=3$, $a^2+b^2=5$, $ab=2$. 실제 a, b는1과2를 순서만 바꾼 것이므로 조건을 만족합니다.

$$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=27-18=9.$$

정답

9

제출용 모범답안

계수 비교로 합3, 제곱합5, 곱2를 얻는다. 세제곱 합 공식에 대입하면9이다.

부분점수·감점 요소

항등식 4점, 합·곱 3점, 답 3점.

분모가0인 값을 원식에 넣지 않습니다.

정당하게 줄이는 계산

근을 직접 구하지 않아도 대칭식으로 답을 얻습니다.

B1-1-5 · 서로 다른 두 조건부확률

확률과 통계 | BlueMath 신규 예상 B1-1-5

첫 판단과 이유

양성인 전체의 확률을 먼저 계산합니다.

계산과 논증

$P(D\cap+)=\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{5}=\frac{4}{50}$이고 $P(D^c\cap+)=\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{5}=\frac{9}{50}$입니다. 양성 전체는 $\frac{13}{50}$이므로

$$P(D\mid+)=\frac{\frac{4}{50}}{\frac{13}{50}}=\frac{4}{13}.$$

분모가 양수이므로 조건부확률이 정의됩니다.

정답

$\frac{4}{13}$

제출용 모범답안

D인 양성과 D가 아닌 양성의 결합확률은4대9이다. 따라서 양성 전체 중 D의 비율은 $\frac{4}{13}$이다.

부분점수·감점 요소

결합확률 4점, 전체 3점, 답 3점.

$P(+\mid D)$와 $P(D\mid+)$는 다릅니다.

정당하게 줄이는 계산

두 양성 경우의 비를 먼저 구합니다.

B1-2-1 · 달라진 합의 끝

미적분 | BlueMath 신규 예상 B1-2-1

첫 판단과 이유

합의 끝이 $3n$이므로 양끝에 남는 항이 달라집니다.

계산과 논증

각 항은 $\ln(k-1)+\ln(k+1)-2\ln k$입니다. $k=n$부터 $3n$까지 더하면

$$\sum_{k=n}^{3n}\ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\ln\frac{n-1}{n}+\ln\frac{3n+1}{3n}.$$

기본 로그 극한에 의해 n을 곱한 첫 항은 -1, 둘째는 $\frac{1}{3}$으로 갑니다. 따라서 극한은 $-\frac{2}{3}$입니다.

정답

$$-\frac{2}{3}$$

제출용 모범답안

로그를 전개해 합을 $\ln(1-\frac{1}{n})+\ln(1+\frac{1}{3n})$으로 정리한다. 각각의 극한을 더한다.

부분점수·감점 요소

로그 전개 4점, 양끝 3점, 극한 3점.

앞 회차의 $2n$을 그대로 쓰지 않습니다.

정당하게 줄이는 계산

유한합을 정확하게 계산한 뒤 극한을 구합니다.

B1-2-2 · 계수가 다른 지수 차

미적분 | BlueMath 신규 예상 B1-2-2

첫 판단과 이유

e^x를 양수인 변수로 놓아 이차방정식으로 바꿉니다.

계산과 논증

$h'(x) = e^x + 2e^{-x} > 0$이고 양끝에서 $\pm\infty$로 가므로 치역은 실수 전체입니다. $y = h(t)$, $v = e^t > 0$이면 $v^2 - yv - 2 = 0$입니다. 음의 근은 제외되어

$$g(y) = \ln \frac{y + \sqrt{y^2 + 8}}{2}.$$

$\sqrt{y^2 + 8} > |y|$이므로 로그의 진수는 모든 실수 y에서 양수입니다.

정답

$g(x) = \ln \dfrac{x + \sqrt{x^2 + 8}}{2}$

제출용 모범답안

증가성과 전체 치역으로 역함수 존재를 보인다. e^t에 대한 이차방정식의 양의 근을 로그로 바꾸면 식을 얻는다.

부분점수·감점 요소

존재 3점, 이차방정식 4점, 양수·식 3점.

치역 확인 없이 실수 전체에서 역함수가 있다고 단정하지 않습니다.

정당하게 줄이는 계산

지수함수의 값은 양수이므로 해가 하나로 결정됩니다.

B1-2-3 · 역함수 적분의 양끝

미적분 | BlueMath 신규 예상 B1-2-3

첫 판단과 이유

$y=h(x)$로 바꾸면 $g(y)=x$이고 적분의 양끝은0과 $\ln 2$입니다.

계산과 논증

$h(0)=-1$, $h(\ln 2)=1$입니다. $dy=(e^x+2e^{-x})dx$이므로

$$\int_{-1}^{1} g(y)dy=\int_{0}^{\ln 2} x(e^x+2e^{-x})dx.$$

부분적분하여 원시함수 $(x-1)e^x-2(x+1)e^{-x}$를 얻습니다. 위끝의 값은 $\ln 2-3$, 아래끝의 값은 -3이므로 정적분은 $\ln 2$입니다.

정답

$\ln 2$

제출용 모범답안

원함수로 치환하여 $\int_0^{\ln 2} x(e^x+2e^{-x})dx$를 구한다. 부분적분과 양끝 대입으로 $\ln 2$를 얻는다.

부분점수·감점 요소

양끝·치환 4점, 부분적분 4점, 값 2점.

아래끝의 원시함수 값은0이 아닙니다.

정당하게 줄이는 계산

역함수의 복잡한 로그식을 직접 적분하지 않습니다.

B1-2-4 · 계수2인 곱의 미분

미적분 | BlueMath 신규 예상 B1-2-4

첫 판단과 이유

e^{-2x}를 곱하면 곱의 미분 형태가 됩니다.

계산과 논증

$H = e^{-2x}f$라 하면 $H' = 2x$, $H(0) = 1$이므로 $f = e^{2x}(x^2+1)$입니다. 부분적분으로

$$\int e^{2x}(x^2+1)dx = e^{2x}\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right) + C.$$

따라서 정적분은 $\frac{3}{4}(e^2-1)$입니다. 원시함수를 미분하면 $e^{2x}(x^2+1)$이 되어 검증됩니다.

정답

$f(x) = e^{2x}(x^2+1), \quad \frac{3}{4}(e^2-1)$

제출용 모범답안

$(e^{-2x}f)' = 2x$와 초기값으로 함수를 구한다. 원시함수에0과1을 대입하여 적분값을 얻는다.

부분점수·감점 요소

곱의 미분 4점, 초기값 2점, 적분 4점.

e^{2x}를 적분할 때 계수2를 반영합니다.

정당하게 줄이는 계산

다항식 계수를 정해 원시함수를 만든 뒤 미분하여 검증해도 됩니다.

B1-2-5 · 표본평균의 중앙확률

확률과 통계 | BlueMath 신규 예상 B1-2-5

첫 판단과 이유

표본평균의 표준편차는 모집단 표준편차를 표본 크기의 제곱근으로 나눈 값입니다.

계산과 논증

모집단 표준편차는4이고 표본평균의 표준편차는 $\frac{4}{\sqrt{16}}=1$입니다. 따라서 $Z=\overline{X}-40$은 표준정규분포를 따릅니다. 요구 사건은 $-1\le Z\le 1$이므로 확률은 주어진 값0.6826입니다.

정답

0.6826

제출용 모범답안

$\overline{X}\sim N(40,1)$이므로 표준화한 구간은 $[-1,1]$. 주어진 표에서0.6826이다.

부분점수·감점 요소

표본평균 분포 4점, 표준화 4점, 값 2점.

분산16과 표준편차4를 구별합니다.

정당하게 줄이는 계산

표준편차가1인지 먼저 계산합니다.