

논술에서 수능으로 ④

지수·로그와 함수·도형

같은 주제, 다른 도구

접선·변화율·극값·실근·정적분

미적분편 · 문제와 상세해설

30문항 · 문제와 상세해설 합본

논술·해외 원형의 판단을 수능형 조건으로 확장합니다.

최민구T 제작

2027학년도 수능 대비 · 선택 미적분 및 공통 선수 개념

2015 개정 교육과정

논술에서 수능으로 ④ 미적분편 미리보기

지수·로그와 함수·도형을 연결하는 30문항 중 대표 2문항과 해당 상세해설을 발췌했습니다. 문제와 해설은 본책과 같은 내용이며 문항 번호와 본문 인쇄 쪽수를 그대로 유지했습니다.

본책 구성

표지와 학습 안내 → 문제 01-30 → 빠른 정답 → 상세해설 01-30 → 출처와 변형 내용. 문제편과 해설편이 합쳐진 A4 PDF 70쪽입니다.

미리보기 구성

본책 표지 / 이 안내 / 대표 문제 2문항 / 해당 상세해설 / 문항별 출처와 변형 내용.

대표 문항과 선정 이유

미적분 09는 Oxford MAT 2018 Question 1B의 미분식 대입 발상을 두 지수항의 계수 복원과 접선·넓이로 확장한 변형입니다. 미적분 30은 2026학년도 9월 모의평가 미적분 30번으로, 곱의 도함수와 정적분을 연결합니다.

어떻게 활용하면 좋을까요

먼저 문제만 풀어 본 뒤 해설에서 첫 관계를 세우는 이유, 조건의 사용, 후보의 선별을 비교해 보세요. 정답뿐 아니라 풀이의 출발과 검산 과정을 확인할 수 있습니다.

출처와 변형 구분

마지막 출처표에는 본책 30문항의 원형과 활용 발상을 모두 안내합니다. 실제 기출은 조건·수치·물음을 보존하고, 변형은 추가하거나 바꾼 사고 과정을 설명했습니다. 일부 대학 문항은 제공 기출 모음 수록본을 기준으로 표기했습니다.

학습 범위와 난도

2015 개정 교육과정, 2027학년도 수능 대비 자료입니다. 선택 미적분과 공통 선수 개념을 사용합니다. 지수·로그함수의 미분과 적분 학습 후 활용하세요. 문항당 4점은 이 교재의 배점이며 실제 학생 정답률이나 풀이 시간을 측정한 난도는 아닙니다.

30

실제 기출 · 4점

2026학년도 9월 모의평가 미적분 30번 · 2025.09.03 시행

실수 전체에서 미분가능한 f 와 연속인 g 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \ln \left(\frac{g(x)}{1 + x f'(x)} \right)$$

을 만족시킨다. $f(1) = 4 \ln 2$ 이고

$$\int_1^2 g(x) dx = 34, \quad \int_1^2 x g(x) dx = 53$$

일 때 $\int_1^2 x e^{f(x)} dx$ 의 값을 구하시오. 평가원 시험지의 조건과 물음을 유지하고 문장을 간략하게 재구성했습니다.

변형 문항 · 4점

09

09 미분 항등식과 접선 아래의 넓이

Oxford MAT 2018 Question1B의 미분식 대입 발상에서 확장 · 공식 원문 · BlueMath 독립 풀이

정답 ⑤ $\frac{15}{8} - 2 \ln 2$

문제 다시 보기

 $a > 0, b > 0$ 인 실수 a, b 에 대하여 $f(x) = e^{ax} + be^{-ax}$ 라 하자. 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)f''(x) - \{f'(x)\}^2 = 16$$

이 성립하고 $f'(0) = 0$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = 0$ 에서의 접선 사이에서 $0 \leq x \leq \ln 2$ 인 부분의 넓이는?

① $\frac{15}{8} - \ln 2$

② $\frac{17}{8} - 2 \ln 2$

③ $\frac{7}{8} - 2 \ln 2$

④ $\frac{15}{4} - 2 \ln 2$

⑤ $\frac{15}{8} - 2 \ln 2$

상세해설

미분식의 차에서 공통되는 항이 소거됩니다.

 $U = e^{ax}, V = be^{-ax}$ 라 놓으면 $f = U + V, f' = a(U - V), f'' = a^2(U + V)$ 이므로

$$ff'' - (f')^2 = a^2\{(U + V)^2 - (U - V)^2\} = 4a^2b.$$

따라서 $a^2b = 4$ 입니다. $f'(0) = a(1 - b) = 0$ 이고 $a > 0$ 이므로 $b = 1, a = 2$ 입니다.

접선과 곡선의 위아래를 확인한 뒤 적분합니다.

 $f(0) = 2, f'(0) = 0$ 이므로 접선은 $y = 2$ 입니다. 산술·기하평균에 의해 $e^{2x} + e^{-2x} \geq 2$ 이므로 넓이는

$$\int_0^{\ln 2} (e^{2x} + e^{-2x} - 2)dx = \left[\frac{e^{2x}}{2} - \frac{e^{-2x}}{2} - 2x \right]_0^{\ln 2} = \frac{15}{8} - 2 \ln 2.$$

포인트 노트 · 숏컷 두 지수항의 계수는 함수와 도함수의 관계에서 비교합니다. 미분 항등식만으로는 a, b 가 정해지지 않고 $f'(0) = 0$ 조건도 필요합니다. 넓이에 f 만 적분하면 접선 아래 부분까지 더하게 됩니다.

실제 기출 · 4점

30

30 기출 · 곱의 도함수와 정적분

2026학년도 9월 모의평가 미적분 30번 · 2025.09.03 시행

정답 31

문제 다시 보기

실수 전체에서 미분가능한 f 와 연속인 g 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \ln \left(\frac{g(x)}{1 + x f'(x)} \right)$$

을 만족시킨다. $f(1) = 4 \ln 2$ 이고

$$\int_1^2 g(x) dx = 34, \quad \int_1^2 x g(x) dx = 53$$

일 때 $\int_1^2 x e^{f(x)} dx$ 의 값을 구하시오. 평가원 시험지의 조건과 물음을 유지하고 문장을 간략하게 재구성했습니다.

상세해설

로그를 없애고 곱의 도함수를 찾습니다.

원식이 모든 실수에서 정의되므로 $1 + x f'(x) \neq 0$ 입니다. 양변에 지수를 취하면

$$g(x) = (1 + x f'(x)) e^{f(x)} = \{x e^{f(x)}\}'.$$

$F(x) = x e^{f(x)}$ 라 두면 $F' = g$ 이고 $F(1) = e^{4 \ln 2} = 16$ 입니다.

첫 번째 적분으로 끝값을 구합니다.

$$F(2) - F(1) = \int_1^2 g(x) dx = 34, \quad F(2) = 50.$$

따라서 $f(2)$ 를 직접 구할 필요가 없습니다.

두 번째 적분에 부분적분을 적용합니다.

구하는 값을 $I = \int_1^2 F(x) dx$ 라 하면

$$53 = \int_1^2 x F'(x) dx = [x F(x)]_1^2 - \int_1^2 F(x) dx = 2 \cdot 50 - 16 - I.$$

따라서 $I = 31$ 입니다.

원식의 정의 계산은 원래 주어진 함수에 대해 수행했습니다. 로그의 진수가 양수이고 분모가 0이 아니라는 조건을 식을 지수로 바꾸기 전에 사용합니다.

포인트 노트 · 숏컷 두 적분 조건의 역할이 다릅니다. 첫째는 $F(2)$ 를, 둘째는 부분적분을 통해 구하는 정적분을 정합니다.

출처와 변형 내용

실제 기출과 BlueMath 변형을 구분했습니다. 아래 출처는 각 문항의 원형과 활용 발상을 안내합니다. 일부 대학 문항은 제공 기출 모음 수록본을 기준으로 표기했으며, 확인되지 않은 본시험 여부는 확정하여 표기하지 않았습니다.

번호	원형 출처 및 학습 내용
01	증가량 비교와 세 실근 변형 문항 · 2022학년도 한양대 논술 발상 변형 부등식 증명의 발상을 절댓값 합성과 세 실근을 만드는 조건으로 바꿉니다.
02	두 극값의 합에서 함수 복원 변형 문항 · 중국 교육부 교육고시원 2024년 종합개혁 적응성시험 수학15 발상 변형 두 극값의 합에서 도함수가 0이 되는 두 x 좌표와 극솟값을 복원합니다.
03	중국 발상 변형 · 세 실근을 만드는 높이 변형 문항 · 중국 교육부 교육고시원 2024년 종합개혁 적응성시험 수학15의 극값 구조에 이차식 치환의 대응 개수를 결합한 BlueMath 확장변형 로그함수와 이차식 치환의 대응 개수를 연결합니다.
04	극댓값의 곱에서 계수 복원 변형 문항 · 2027학년도 가톨릭대 모의논술 자연공학계열 문항 1 발상의 BlueMath 변형 극댓값의 곱에서 함수의 계수를 복원합니다.
05	적분 항등식과 함수 복원 변형 문항 · 2026학년도 서강대 논술 1차 논제 1 발상의 BlueMath 변형 적분 항등식으로 함수를 정하고 정적분을 계산합니다.
06	역함수를 복원한 정적분 변형 문항 · 2027학년도 광운대 모의논술 문제 2 [2] 발상의 BlueMath 변형 역함수의 존재 조건을 확인한 뒤 정적분을 구합니다.
07	두 변곡점과 접선의 절편 변형 문항 · 2027학년도 아주대 모의논술 문제 1-1 발상의 BlueMath 변형 두 변곡점과 접선 절편의 관계를 분석합니다.
08	곱의 도함수와 접선 변형 문항 · 2027학년도 광운대 모의논술 문제 2 [3] 발상의 BlueMath 변형 곱의 도함수 형태를 이용하여 접선 조건을 해석합니다.
09	미분 항등식과 접선 아래의 넓이 변형 문항 · Oxford MAT 2018 Question1B의 미분식 대입 발상에서 확장 · 공식 원문 · BlueMath 독립 풀이 한 지수함수 대입 발상을 두 지수항의 계수 복원과 접선·넓이로 확장합니다.
10	접선과 좌표축이 만드는 최대 넓이 변형 문항 · 지수곡선의 접선과 좌표축의 넓이 접선의 두 절편으로 넓이를 나타내고 최댓값을 구합니다.
11	지정 구간 안의 두 로그 교점 변형 문항 · 로그곡선과 직선의 교점 개수에 구간 조건을 결합한 BlueMath 확장변형 닫힌구간의 끝점 포함 여부와 접하는 경우를 구분하여 두 교점을 판단합니다.
12	두 접선의 절편에서 교점 복원 변형 문항 · BlueMath 변형 두 접선의 절편 부호와 비에서 접점을 역추론합니다.

번호	원형 출처 및 학습 내용
13	대칭 접선의 길이 조건과 넓이 변형 문항 · 지수·로그 역함수의 대칭 접선에 길이 관계를 결합한 BlueMath 융합변형 역함수 대칭과 길이 조건으로 접점을 복원한 뒤 넓이를 구합니다.
14	역함수의 적분 조건과 새로운 적분 변형 문항 · BlueMath 변형 곱의 도함수 조건으로 적분의 끝점을 복원하고 새로운 적분을 계산합니다.
15	두 접선과 현이 만드는 작은 삼각형 변형 문항 · BlueMath 변형 접선의 교점과 작은 삼각형 넓이의 극한을 연결합니다.
16	거리 조건과 남는 변화량 변형 문항 · BlueMath 변형 거리식의 양의 해를 구한 뒤 일차 변화량이 제거된 극한을 계산합니다.
17	원점을 지나는 접선과 곡선 사이의 넓이 변형 문항 · BlueMath 변형 원점에서 그은 접선의 접점을 정하고 곡선과 접선 사이의 넓이를 구합니다.
18	미정계수와 극대·정적분 변형 문항 · BlueMath 변형 극대 조건과 초기조건으로 미정계수를 복원합니다.
19	최댓값으로 정하는 로그함수의 넓이 변형 문항 · BlueMath 변형 최댓값으로 매개변수와 적분 구간의 끝점을 정합니다.
20	로그함수의 교점과 치환 전의 세 실근 변형 문항 · 로그함수 극값과 교점 개수 이차식 치환과 x 의 범위를 함께 고려하여 원래 실근의 개수를 셉니다.
21	한 점에서 그은 접선의 접점 개수 변형 문항 · BlueMath 변형 접점에 따른 절편 함수의 세 구간에서 해의 개수를 조사합니다.
22	교점의 비와 두 그래프 사이의 넓이 변형 문항 · BlueMath 변형 두 교점 좌표의 비에서 그래프 사이의 넓이를 구합니다.
23	지수곡선의 접선과 세 접점 변형 문항 · 2027학년도 인하대 모의논술 접선·넓이 발상을 지수함수로 확장한 BlueMath 변형 접선·넓이 발상을 지수함수로 확장하고 서로 다른 넓이에 계수를 곱한 조건을 이용합니다.
24	두 지수함수를 정하는 넓이의 극한 변형 문항 · 2016년 3월 전국연합학력평가 가형 14번 지수 변화율을 두 넓이의 극한과 미지 밑의 복원으로 확장합니다.
25	넓이의 감소 속도로 계수 찾기 변형 문항 · 2025학년도 6월 모의평가 미적분 26번 좌표의 감소 속도를 정하는 항을 구분하여 계수를 찾습니다.
26	거리식의 소거와 두 매개변수 변형 문항 · 2024년 5월 전국연합학력평가 미적분 25번 일차 변화량 제거와 유한한 극한 조건으로 두 매개변수를 정합니다.

번호	원형 출처 및 학습 내용
27	발산하는 교점 좌표의 차 변형 문항 · 2018년 4월 전국연합학력평가 가형 17번 발산하는 교점 좌표에서 공통으로 커지는 부분을 없앤 뒤 극한을 구합니다.
28	지수곡선의 교점과 외접원 변형 문항 · 2014년 3월 전국연합학력평가 B형 14번 교점 좌표 · 외접원의 반지름 · 변화율을 연결합니다.
29	같은 두 선분과 접선의 오차 변형 문항 · 2021학년도 6월 모의평가 가형 16번 접선의 높이와 길이의 부호를 고려하여 일차 변화량을 제거한 극한을 구합니다.
30	기출 · 곱의 도함수와 정적분 실제 기출 · 2026학년도 9월 모의평가 미적분 30번 · 2025.09.03 시행 기출의 조건 · 수치 · 물음을 유지하고 곱의 도함수와 정적분 구조를 설명합니다.