

2027학년도

수리논술 FINAL

모의논술 · 수능 전 본시험 복기

확률과 통계

문제편

5묶음 · 본시험 복기 3 + 모의논술 2

수록 대학·범위·출처 안내 · 답안 작성 공간

맞보기 · 전체본 발췌

P01, MP02의 문제와 상세해설을 끝까지 담았습니다.

전체 수록 차례와 발췌한 본문은 원래 쪽수를 유지합니다.

차례에서 맞보기에 없는 문항은 이동되지 않습니다.

최민구 선생

BlueMath · Results, By Design.

2015 개정 교육과정 · 2026년 시행 / 2027학년도 대비

2026.10.25 판매 편집판 · r3

이 책에는 무엇이 있나요?

2027학년도 대학 모의논술과 수능 전에 시행된 주요 대학 본시험의 복기 문항을 함께 학습하는 확률과 통계 자료입니다. 단순한 정답 모음이 아니라 문제 접근과 서술 연습을 위한 교재입니다.

자료 구분	묶음 수	구성
수능 전 본시험 복기	3	확인 가능한 묶음 발체
2027학년도 모의논술	2	대학 모의 문항 선별
합계	5	동일 조건을 공유하는 묶음

본시험 복기 수록 대학

연세대학교(1), 홍익대학교 서울(1), 서울시립대학교(1)입니다. 괄호는 이 권에 수록한 묶음 수입니다.

모의논술 수록 대학

경희대학교(2)입니다. 괄호는 이 권에 수록한 묶음 수입니다.

학습 범위

경우의 수, 같은 확률로 고르는 표본공간, 확률과 이산확률변수의 기댓값을 다룹니다. 이 책의 확률과 통계 문항은 확률·기댓값 중심이며 통계 추정 전 범위를 다루는 책은 아닙니다.

자료의 성격과 수록 기준

본시험 부분은 대학 공식 발표본을 대신하는 원문이 아니라, 확보한 복기 원고를 검토한 학습 자료입니다. 모의논술은 2027학년도 자료에서 선별했습니다. 대학의 전 문항이나 전국 모든 대학의 모의를 전수 수록한 책은 아닙니다. 여러 묶음 중 발체하거나 발문을 보완한 부분은 해당 문항에 표시했습니다.

약술형, 자체 예상·변형, 과거 학년도 문항은 수록하지 않았습니다. 묶음 수는 소문항 수나 서로 다른 전국 시험 수를 뜻하지 않습니다. 기존 BlueMath 기출문제 정리1 및 Final에서 다룬 문항과 중복됩니다.

이렇게 공부합니다

문항 차례에서 출처와 학습 주제를 확인한 뒤 풀이를 작성합니다. 막혔다면 해설편에서 같은 문항 ID를 찾습니다. 해설을 읽은 뒤에는 근거를 가린 상태로 모범답안을 다시 써 보십시오. 문제편에는 정답이나 해설의 정정 메모를 넣지 않았습니다.

문항 차례와 찾기

번호 또는 ID를 누르면 해당 문항으로 이동합니다. 문제편과 해설편의 번호·ID는 같습니다.

번호·ID	학습 주제	대학·원 문항	쪽
I. 수능 전 본시험 복기			
01 · P01	세 수의 최솟값과 범위의 기댓값	연세대 2027학년도 복기 · 문제 1	4
02 · P02	공정의 순서·확률·최소 비용	홍익대 서울 2027학년도 복기 · 문제 3	5
03 · P03	정다각형 네 점의 대각선 수직 확률	서울시립대 2027학년도 복기 · 문제 4	6
II. 2027학년도 모의논술			
04 · MP01	카드 선택 전략과 기댓값 비교	경희대 2027 모의 의약학계 · 논제 II	7
05 · MP02	독립적인 성장과 큰 보너스의 기댓값	경희대 2027 모의 자연계 · 논제 II	8

01. 세 수의 최솟값과 범위의 기댓값

문항 ID: P01 · 연세대 2027학년도 복기 · 문제 1

1부터 n ($n \geq 3$)까지 적힌 공이 하나씩 있습니다. 임의로 세 공을 동시에 꺼내 적힌 수를 $a < b < c$ 라 합니다.

(1) $X = a, E(X) = f(n)$ 일 때 $f(2027)$ 을 구하시오.

(2) $Y = c - a, E(Y) = g(n)$ 일 때 $g(2027)$ 을 구하시오.

풀이·답안 작성

01. 세 수의 최솟값과 범위의 기댓값

문항 ID: P01 · 연세대 2027학년도 복기 · 문제 1

문제 확인

1부터 n ($n \geq 3$)까지 적힌 공이 하나씩 있습니다. 임의로 세 공을 동시에 꺼내 적힌 수를 $a < b < c$ 라 합니다.

(1) $X = a$, $E(X) = f(n)$ 일 때 $f(2027)$ 을 구하시오.

(2) $Y = c - a$, $E(Y) = g(n)$ 일 때 $g(2027)$ 을 구하시오.

정답

(1) 507 (2) 1014

최솟값을 고정하고, 분자의 합은 같은 선택을 두 방법으로 세어 구합니다

전체 경우의 수는 ${}_nC_3$ 입니다. 최솟값 $a = k$ 이면 나머지 두 수는 $k+1, \dots, n$ 에서 고르므로 $1 \leq k \leq n-2$ 에서

$$P(a = k) = \frac{{}_{n-k}C_2}{{}_nC_3}, \quad E(a) = \frac{1}{{}_nC_3} \sum_{k=1}^{n-2} k \cdot {}_{n-k}C_2.$$

여기서 분자에 있는 합을 구합시다. $0, 1, \dots, n$ 중 네 수를 골라 $j < k < b < c$ 로 나열합니다. 두 번째 수 k 를 고정하면 첫 수 j 는 $0, 1, \dots, k-1$ 의 k 가지이고, 뒤의 두 수는 ${}_{n-k}C_2$ 가지입니다. 따라서 같은 네 수의 선택을 두 방법으로 세면

$$\sum_{k=1}^{n-2} k \cdot {}_{n-k}C_2 = {}_{n+1}C_4.$$

그러므로

$$E(a) = \frac{{}_{n+1}C_4}{{}_nC_3} = \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{24} \cdot \frac{6}{n(n-1)(n-2)} = \frac{n+1}{4}.$$

$n \geq 3$ 이므로 약분한 분모가 0이 아니며, $f(2027) = 507$ 입니다.

다른 접근: 네 간격의 대칭을 이용할 수 있습니다

$a-1, b-a-1, c-b-1, n-c$ 는 합이 $n-3$ 인 음이 아닌 정수 네 개입니다. 반대로 이 네 간격이 정해지면 a, b, c 가 하나로 정해집니다. 모든 세 공의 선택이 같은 확률이므로 네 간격을 서로 바꾸어도 확률이 같습니다. 따라서 네 간격의 기댓값이 같고, 그 합이 $n-3$ 이므로 각각 $\frac{n-3}{4}$ 입니다. 이에 따라 $E(a) = 1 + \frac{n-3}{4} = \frac{n+1}{4}$ 를 다 시 얻습니다.

범위의 기댓값은 최댓값과 최솟값의 기댓값을 빼면 됩니다

각 공의 수 r 를 $n+1-r$ 로 바꾸면 모든 세 공의 선택이 일대일로 대응합니다. 이때 새 최솟값은 $n+1-c$ 이므로 a 와 $n+1-c$ 의 분포가 같습니다. 따라서

$$E(c) = n+1 - E(a) = \frac{3(n+1)}{4}, \quad E(c-a) = E(c) - E(a) = \frac{n+1}{2}.$$

그러므로 $g(2027) = 1014$ 입니다. 여기서는 a, c 의 독립성을 가정하지 않았고, 기댓값의 차 성질만 사용했습니다. 끝 경우 $n=3$ 에서는 $(a, b, c) = (1, 2, 3)$ 뿐이므로 두 식도 각각 1과 2가 됩니다.

자주 하는 실수

최댓값과 최솟값의 독립성을 가정할 필요가 없으며 범위의 평균에 독립성을 요구하지 않습니다.

제출용 모범답안

네 간격 $a-1, b-a-1, c-b-1, n-c$ 는 합이 $n-3$ 인 음이 아닌 정수 네 개이며, 세 수의 선택과 일대일로 대응합니다. 간격을 서로 바꾸어도 같은 확률이므로 네 기댓값은 모두 $\frac{n-3}{4}$ 입니다. 따라서 $E(a) = 1 + \frac{n-3}{4} = \frac{n+1}{4}$ 입니다. 각 수를 $n+1$ 에서 빼는 대칭으로 a 와 $n+1-c$ 의 분포가 같으므로 $E(c) = \frac{3(n+1)}{4}$ 입니다. 기댓값의 차 성질에 따라 $E(c-a) = \frac{n+1}{2}$ 이며, $n=2027$ 을 대입하면 답은 각각 507, 1014입니다.

BlueMath 연습용 채점 기준

경우의 수·확률 3점, 기댓값 합 또는 간격 대칭 증명 4점, 범위 기댓값 3점.

대학 공식 배점·채점 기준이 아니라, 풀이를 점검하기 위한 10점 기준입니다. 맞게 제시한 근거에 해당하는 항목만 인정하며, 같은 실수를 여러 항목에서 반복 감점하지 않습니다.

다시 쓸 판단

간격의 대칭이나 수를 뒤집는 일대일 대응으로 복잡한 기댓값의 합을 줄입니다.

05. 독립적인 성장과 큰 보너스의 기댓값

문항 ID: MP02 · 경희대 2027 모의 자연계 · 논제 II

현재 성장 지수는 16이며 매달 독립적으로 확률 $\frac{1}{2}$ 로 2배, 확률 $\frac{1}{2}$ 로 $\frac{1}{2}$ 배가 됩니다. 1,2,3개월 후 성장 지수를 X_1, X_2, X_3 라 합니다. 성장 보너스는 $B = \max\{0, X_3 - \frac{X_1+X_2+X_3}{3}\}$ 입니다.

- (1) 한 식물의 보너스 기댓값을 구하시오.
- (2) 같은 규칙을 따르며 서로 독립인 두 식물의 보너스 중 큰 것을 받을 때 최종 보너스의 기댓값을 구하시오.

풀이·답안 작성

05. 독립적인 성장과 큰 보너스의 기댓값

문항 ID: MP02 · 경희대 2027 모의 자연계 · 논제 II

문제 확인

현재 성장 지수는 16이며 매달 독립적으로 확률 $\frac{1}{2}$ 로 2배, 확률 $\frac{1}{2}$ 로 $\frac{1}{2}$ 배가 됩니다. 1,2,3개월 후 성장 지수를 X_1, X_2, X_3 라 합니다. 성장 보너스는 $B = \max\{0, X_3 - \frac{X_1+X_2+X_3}{3}\}$ 입니다.

(1) 한 식물의 보너스 기댓값을 구하시오.

(2) 같은 규칙을 따르며 서로 독립인 두 식물의 보너스 중 큰 것을 받을 때 최종 보너스의 기댓값을 구하시오.

정답

(1) $\frac{55}{6}$ (2) $\frac{261}{16}$

세 번의 변화는 모두 8가지이며 같은 확률입니다

증가를 U, 감소를 D라 하면 세 변화가 독립이므로 각 순서의 확률은 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ 입니다. 예를 들어 UUU에서는 $B = 128 - \frac{32+64+128}{3} = \frac{160}{3}$ 이고, UUD에서는 차이가 음수여서 $B = 0$ 입니다. 같은 방법으로 다음 표를 얻습니다. 음수인 차이는 보너스 0으로 처리해야 합니다.

변화	X_1	X_2	X_3	B
UUU	32	64	128	$\frac{160}{3}$
UUD	32	64	32	0
UDU	32	16	32	$\frac{16}{3}$
UDD	32	16	8	0
DUU	8	16	32	$\frac{40}{3}$
DUD	8	16	8	0
DDU	8	4	8	$\frac{4}{3}$
DDD	8	4	2	0

그러므로 $E(B) = \frac{160+16+40+4}{24} = \frac{55}{6}$ 입니다. 보너스에 최대 연산이 있으므로 각 성장 지수의 기댓값부터 구해 식에 넣을 수는 없습니다.

둘 중 큰 값의 확률은 누적확률을 제공하여 구합니다

한 식물의 가능한 보너스는 작은 순서로 $0, \frac{4}{3}, \frac{16}{3}, \frac{40}{3}, \frac{160}{3}$ 이고, 이 값 이하일 확률은 각각 $\frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{8}{8}$ 입니다. 두 식물의 독립성으로 둘 다 해당 값 이하일 확률은 이 확률의 제곱입니다. 따라서 최종 보너스 M 의 분포는

M	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{40}{3}$	$\frac{160}{3}$
$P(M = \text{해당 값})$	$\frac{16}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{11}{64}$	$\frac{13}{64}$	$\frac{15}{64}$

입니다. 예를 들어 $M \leq \frac{4}{3}$ 일 확률은 두 보너스가 모두 $\frac{4}{3}$ 이하일 확률이므로 $(\frac{5}{8})^2$ 입니다. 여기서 $M = 0$ 일 확률 $(\frac{4}{8})^2$ 을 빼면 $P(M = \frac{4}{3}) = \frac{9}{64}$ 입니다. 나머지도 바로 앞 값 이하일 확률을 빼서 구하며, 표의 다섯 확률의 합은 1입니다. 따라서

$$E(M) = \frac{4 \cdot 9 + 16 \cdot 11 + 40 \cdot 13 + 160 \cdot 15}{3 \cdot 64} = \frac{261}{16}.$$

자주 하는 실수

보너스의 음수 부분을 0으로 바꾸기 전에 성장 지수의 평균을 대입하지 않습니다.

제출용 모범답안

세 번의 증감 순서는 독립성에 의해 각각 확률 $\frac{1}{8}$ 입니다. 각 순서에 $B = \max\{0, X_3 - \frac{X_1+X_2+X_3}{3}\}$ 을 적용하면 UUU, UDU, DUU, DDU의 보너스는 차례로 $\frac{160}{3}, \frac{16}{3}, \frac{40}{3}, \frac{4}{3}$ 이고 나머지 네 순서는 0입니다. 따라서 $E(B) = \frac{1}{8} \cdot \frac{160+16+40+4}{3} = \frac{55}{6}$ 입니다.

두 보너스 중 큰 값을 M이라 하면 $M \leq b$ 는 두 보너스가 모두 b 이하인 사건이므로, 독립성에 의해 그 확률은 한 보너스가 b 이하일 확률의 제곱입니다. 가능한 값 $0, \frac{4}{3}, \frac{16}{3}, \frac{40}{3}, \frac{160}{3}$ 이하일 확률은 한 식물에서 차례로 $\frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, 1$ 입니다. 이들을 제공한 뒤 바로 앞 값의 제공을 빼면 M의 각 확률은 차례로 $\frac{16}{64}, \frac{9}{64}, \frac{11}{64}, \frac{13}{64}, \frac{15}{64}$ 입니다. 따라서 $E(M) = \frac{4 \cdot 9 + 16 \cdot 11 + 40 \cdot 13 + 160 \cdot 15}{3 \cdot 64} = \frac{261}{16}$ 입니다.

BlueMath 연습용 채점 기준

8가지 경우·양의 부분 처리 4점, 독립성과 누적확률 3점, 최종 분포·평균 3점.

대학 공식 배점·채점 기준이 아니라, 풀이를 점검하기 위한 10점 기준입니다. 맞게 제시한 근거에 해당하는 항목만 인정하며, 같은 실수를 여러 항목에서 반복 감점하지 않습니다.

다시 쓸 판단

독립인 두 값의 큰 값을 구할 때는 둘 다 어떤 값 이하일 확률을 곱해 분포를 구합니다.