

2027학년도

수리논술 FINAL

모의논술 · 수능 전 본시험 복기

미적분

문제편

33묶음 · 본시험 복기 12 + 모의논술 21

수록 대학·범위·출처 안내 · 답안 작성 공간

맞보기 · 전체본 발췌

D01, MD12의 문제와 상세해설을 끝까지 담았습니다.

전체 수록 차례와 발췌한 본문은 원래 쪽수를 유지합니다.

차례에서 맞보기에 없는 문항은 이동되지 않습니다.

최민구 선생

BlueMath · Results, By Design.

2015 개정 교육과정 · 2026년 시행 / 2027학년도 대비

2026.10.25 판매 편집판 · r3

이 책에는 무엇이 있나요?

2027학년도 대학 모의논술과 수능 전에 시행된 주요 대학 본시험의 복기 문항을 함께 학습하는 미적분 자료입니다. 단순한 정답 모음이 아니라 문제 접근과 서술 연습을 위한 교재입니다.

자료 구분	묶음 수	구성
수능 전 본시험 복기	12	확인 가능한 묶음 발체
2027학년도 모의논술	21	대학 모의 문항 선별
합계	33	동일 조건을 공유하는 묶음

본시험 복기 수록 대학

중앙대학교(6), 연세대학교(2), 서울시립대학교(1), 홍익대학교 서울(2), 단국대학교(1)입니다. 괄호는 이 권에 수록한 묶음 수입니다.

모의논술 수록 대학

가톨릭대학교(1), 경희대학교(2), 광운대학교(2), 동국대학교(2), 서강대학교(2), 서울시립대학교(1), 중앙대학교(2), 한양대학교(1), 홍익대학교 서울(1), 인하대학교(3), 서울과학기술대학교(1), 건국대학교(2), 단국대학교(1)입니다. 괄호는 이 권에 수록한 묶음 수입니다.

학습 범위

공통 범위를 바탕으로 수열의 극한·급수, 여러 가지 함수의 미분·적분, 치환적분·부분적분, 넓이·부피·속도 문제를 다룹니다.

자료의 성격과 수록 기준

본시험 부분은 대학 공식 발표본을 대신하는 원문이 아니라, 확보한 복기 원고를 검토한 학습 자료입니다. 모의논술은 2027학년도 자료에서 선별했습니다. 대학의 전 문항이나 전국 모든 대학의 모의를 전수 수록한 책은 아닙니다. 여러 묶음 중 발체하거나 발문을 보완한 부분은 해당 문항에 표시했습니다.

약술형, 자체 예상·변형, 과거 학년도 문항은 수록하지 않았습니다. 묶음 수는 소문항 수나 서로 다른 전국 시험 수를 뜻하지 않습니다. 기존 BlueMath 기출문제 정리1 및 Final에서 다룬 문항과 중복됩니다.

이렇게 공부합니다

문항 차례에서 출처와 학습 주제를 확인한 뒤 풀이를 작성합니다. 막혔다면 해설편에서 같은 문항 ID를 찾습니다. 해설을 읽은 뒤에는 근거를 가린 상태로 모범답안을 다시 써 보십시오. 문제편에는 정답이나 해설의 정정 메모를 넣지 않았습니다.

문항 차례와 찾기

번호 또는 ID를 누르면 해당 문항으로 이동합니다. 문제편과 해설편의 번호·ID는 같습니다.

번호·ID	학습 주제	대학·원 문항	쪽
I. 수능 전 본시험 복기			
01 · D01	적분으로 주어진 항등식과 절댓값	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 1	5
02 · D02	삼각함수의 합성식과 최솟값 0	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 2	6
03 · D03	매개변수에 따른 극솟값의 적분	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 3 [3-2]	7
04 · D04	접선의 두 절편이 만드는 넓이	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 4	8
05 · D05	평면 운동의 거리와 두 극한	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 5	9
06 · D06	유한함을 먼저 소거한 뒤 적분	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 6 [6-2]	10
07 · D07	합성함수 적분의 두 가지 대칭	연세대 2027학년도 복기 · 문제 2	11
08 · D08	역수 대입과 두 실근의 곱	연세대 2027학년도 복기 · 문제 3	12
09 · D09	로그와 거듭제곱 곱의 극한	서울시립대 2027학년도 복기 · 문제 2	13
10 · D10	약수의 역수 합과 등비수열의 극한	홍익대 서울 2027학년도 복기 · 문제 2 (1)	14
11 · D11	로켓의 위치·속도·가속도	홍익대 서울 2027학년도 복기 · 문제 1	15
12 · D12	로그 삼각함수의 적분과 극값	단국대 2027학년도 오후 복원 · 문제 1	16
II. 2027학년도 모의논술			
13 · MD01	다항함수와 지수함수의 곱의 극값	가톨릭대 2027 모의 · 문항 1	17
14 · MD02	분수함수의 이계도함수와 등비급 수	경희대 2027 모의 의약학계 · 논제 I	18
15 · MD03	다항곡선 아래의 정수 점과 극한	경희대 2027 모의 자연계 · 논제 I (1)	19
16 · MD04	로그의 소거와 역함수·곱의 미분	광운대 2027 모의 · 문제 2 [1]-[3]	20
17 · MD05	삼각함수 부등식과 짝함수인 다항함수의 결정	광운대 2027 모의 · 문제 1 [2]·[3]	21
18 · MD06	가속도가 일정한 평면 운동	동국대 2027 모의 · 문제 1	22
19 · MD07	역함수의 미분과 두 번의 치환적분	동국대 2027 모의 · 문제 3	23
20 · MD08	두 곡선 사이 넓이와 정수 좌표 점	서강대 2027 모의 · 문제 1·2	24
21 · MD09	삼각함수 부등식으로 원의 포함 증명	서울시립대 2027 모의 · 문제 3	25
22 · MD10	음함수 기울기와 역함수 적분	중앙대 2027 모의 · 문제 2·3	26
23 · MD11	지수·삼각함수와 한 점에서 만나는 직선	중앙대 2027 모의 · 문제 5·6	27
24 · MD12	역함수 교점 사이 넓이와 접선 넓이	한양대 2027 모의 · 문제 1 [3]·문제 2 [1]	28
25 · MD13	원형 단면을 적분한 부피	홍익대 서울 2027 모의 · 문제 1	29
26 · MD14	접선과 수선이 만드는 삼각형의 최소 넓이	인하대 2027 모의 일반 · 문제 1	30
27 · MD15	로그 부등식으로 곱의 극한 구하기	인하대 2027 모의 일반 · 문제 2	31

번호 · ID	학습 주제	대학 · 원 문항	쪽
28 · MD16	조화합과 정적분의 비교	인하대 2027 모의 의예 · 문제 2	32
29 · MD17	부분적분의 부호와 넓이 급수	서울과기대 2027 모의 · 1.2 · 문제 3	33
30 · MD18	접선과 원점을 잇는 직선의 각	건국대 2027 모의 자연 · 문제 4	34
31 · MD19	원 밖의 점에서 그은 접선과 넓이의 미분	건국대 2027 모의 자연 · 문제 2	35
32 · MD20	한 점을 지나는 직선의 두 절편 사이의 거리	단국대 2027 모의 · 문제 1 논제 3	36
33 · MD21	변곡점 · 절댓값과 사차함수의 결정	서강대 2027 모의 · 문제 3 · 4	37

01. 적분으로 주어진 항등식과 절댓값

문항 ID: D01 · 중앙대 2027학년도 복기 · 문제 1

$x > 0$ 에서 미분가능한 함수 f 가 모든 양수 x 에 대하여

$$xf(x) - \int_1^x f(t) dt = (\ln x)^2 - \frac{(\ln x)^3}{3}$$

을 만족합니다. (1) $f(2)$, (2) $\int_{\frac{1}{2}}^2 |f(x) \ln x| dx$ 를 구하시오.

풀이·답안 작성

01. 적분으로 주어진 항등식과 절댓값

문항 ID: D01 · 중앙대 2027학년도 복기 · 문제 1

문제 확인

$x > 0$ 에서 미분가능한 함수 f 가 모든 양수 x 에 대하여

$$xf(x) - \int_1^x f(t) dt = (\ln x)^2 - \frac{(\ln x)^3}{3}$$

을 만족합니다. (1) $f(2)$, (2) $\int_{\frac{1}{2}}^2 |f(x) \ln x| dx$ 를 구하시오.

정답

$$(1) \frac{(\ln 2)^2}{2} \quad (2) \frac{(\ln 2)^4}{2}$$

출발점: 곱과 적분을 미분하면 $f(x)$ 항이 소거됩니다

$x = 1$ 을 대입하면 $f(1) = 0$ 입니다. 양변을 미분하면

$$f(x) + xf'(x) - f(x) = \frac{2 \ln x - (\ln x)^2}{x}, \quad f'(x) = \frac{2 \ln x - (\ln x)^2}{x^2}.$$

오른쪽은 $\frac{(\ln x)^2}{x}$ 의 도함수입니다. $f(1) = 0$ 까지 적용하면

$$f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}.$$

따라서 $f(2) = \frac{(\ln 2)^2}{2}$ 입니다. 정적분을 먼저 계산하려고 하기보다 미분해서 미지의 함수를 확인하는 순서가 짧습니다.

절댓값의 부호는 $\ln x$ 가 바뀌는 1에서 나눕니다

$$\begin{aligned} \int_{\frac{1}{2}}^2 |f(x) \ln x| dx &= - \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{(\ln x)^3}{x} dx + \int_1^2 \frac{(\ln x)^3}{x} dx \\ &= - \left[\frac{(\ln x)^4}{4} \right]_{\frac{1}{2}}^1 + \left[\frac{(\ln x)^4}{4} \right]_1^2 = \frac{(\ln 2)^4}{2}. \end{aligned}$$

숫컷

$u = \ln x$ 로 바꾸면 적분 구간은 $[-\ln 2, \ln 2]$ 이고 적분은 $\int |u|^3 du$ 입니다. 양쪽 넓이가 같으므로 $2 \int_0^{\ln 2} u^3 du$ 로 계산할 수 있습니다.

자주 하는 실수

적분을 포함한 식을 미분한 뒤에는 상수항을 잊지 말고 원식의 $x = 1$ 을 대입하여 $f(1) = 0$ 도 사용해야 합니다.

제출용 모범답안

$x = 1$ 에서 $f(1) = 0$ 입니다. 미분하여 $f'(x) = \frac{\{2 \ln x - (\ln x)^2\}}{x^2}$ 를 얻으므로 $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ 입니다. 첫 값은 $\frac{(\ln 2)^2}{2}$ 이고, 두 번째는 $u = \ln x$ 로 치환하여 $2 \int_0^{\ln 2} u^3 du = \frac{(\ln 2)^4}{2}$ 입니다.

BlueMath 연습용 채점 기준

초기값·미분 3점, 함수 결정 3점, 절댓값 구간 분리·계산 4점.

대학 공식 배점·채점 기준이 아니라, 풀이를 점검하기 위한 10점 기준입니다. 맞게 제시한 근거에 해당하는 항목만 인정하며, 같은 실수를 여러 항목에서 반복 감점하지 않습니다.

다시 쓸 판단

곱과 적분이 함께 주어진 항등식에서는 양변을 미분했을 때 미지함수의 항이 소거되는지 먼저 확인합니다.

24. 역함수 교점 사이 넓이와 접선 넓이

문항 ID: MD12 · 한양대 2027 모의 · 문제 1 [3]·문제 2 [1]

- (1) $1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ 이고 $y = a^x, y = \log_a x$ 의 교점을 A,B라 합니다. 두 곡선 사이 넓이를 $R(a)$, AB를 한 변으로 하는 정사각형 넓이를 $S(a)$ 라 할 때 $\lim_{a \rightarrow 1+} \frac{R(a)}{S(a)}$ 를 구하시오.
- (2) $y = x + \frac{1}{x}$ 의 양수 t, s 에서의 두 접선과 x 축이 만드는 삼각형 넓이가 $\frac{32}{15}$ 이고 $0 < t < 1 < s$ 입니다. $t = \frac{1}{2}$ 에서 $\frac{ds}{dt}$ 를 구하시오.

풀이·답안 작성

24. 역함수 교점 사이 넓이와 접선 넓이

문항 ID: MD12 · 한양대 2027 모의 · 문제 1 [3] · 문제 2 [1]

문제 확인

- (1) $1 < a < e^{\frac{1}{e}}$ 이고 $y = a^x, y = \log_a x$ 의 교점을 A, B라 합니다. 두 곡선 사이 넓이를 $R(a)$, AB를 한 변으로 하는 정사각형 넓이를 $S(a)$ 라 할 때 $\lim_{a \rightarrow 1+} \frac{R(a)}{S(a)}$ 를 구하시오.
- (2) $y = x + \frac{1}{x}$ 의 양수 t, s 에서의 두 접선과 x 축이 만드는 삼각형 넓이가 $\frac{32}{15}$ 이고 $0 < t < 1 < s$ 입니다. $t = \frac{1}{2}$ 에서 $\frac{ds}{dt}$ 를 구하시오.

정답

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) 4

(1) 증가하는 함수와 역함수의 교점은 $y = x$ 위입니다

만약 교점의 좌표가 $u < v$ 이면 증가성으로 $a^u < a^v$ 인데 교점 조건은 $a^u = v, a^v = u$ 가 되어 모순입니다. 따라서 A, B는 $(u, u), (v, v)$ 이며 $a^u = u, a^v = v$ 입니다. $L = \ln a$ 라 놓겠습니다. 함수 $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ 의 도함수는 $h'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ 입니다. 따라서 h 는 $1 < x < e$ 에서 증가하고 $x > e$ 에서 감소하므로, 두 근 u, v 사이에서는 $\frac{\ln x}{x} > L$ 입니다. 따라서

$$u < x < v \implies a^x < x < \log_a x$$

이므로 로그함수의 그래프가 위에 놓입니다. 부분적분과 지수함수의 적분법으로

$$\int \log_a x \, dx = \frac{x \ln x - x}{L} + C, \quad \int a^x \, dx = \frac{a^x}{L} + C$$

입니다. 양 끝에서 $\ln u = Lu, \ln v = Lv, a^u = u, a^v = v$ 이므로

$$\begin{aligned} R &= \int_u^v (\log_a x - a^x) \, dx = \left[\frac{x \ln x - x - a^x}{L} \right]_u^v \\ &= v^2 - u^2 - \frac{2(v-u)}{L} = (v-u) \left(v + u - \frac{2}{\ln a} \right). \end{aligned}$$

또한 $AB = \sqrt{(v-u)^2 + (v-u)^2} = \sqrt{2}(v-u)$ 이므로 정사각형의 넓이는 $S = 2(v-u)^2$ 입니다. $a \rightarrow 1+$ 일 때 작은 근은 $u \rightarrow 1$, 큰 근은 $v \rightarrow \infty$ 입니다. 이는 $\frac{\ln x}{x} = \ln a$ 의 그래프가 $x = e$ 까지 증가, 이후 0으로 감소하는 것으로 확인됩니다. $v \ln a = \ln v$ 이므로

$$\frac{R}{S} = \frac{1 + \frac{u}{v} - \frac{2}{\ln v}}{2(1 - \frac{u}{v})} \rightarrow \frac{1}{2}.$$

(2) 넓이 식을 먼저 만들고 그 관계를 미분합니다

z 에서의 접선은 $y = (1 - z^{-2})x + \frac{2}{z}$ 입니다. 두 접선의 교점은 $(\frac{2st}{s+t}, \frac{2(st+1)}{s+t})$ 이며, x 절편은 $\frac{2t}{1-t^2}$ 와 $-\frac{2s}{s^2-1}$ 입니다.

밀변과 높이를 각각 계산해 넓이식으로 연결합니다

$0 < t < 1 < s$ 이므로 t 에서의 접선의 x 절편은 양수, s 에서의 접선의 x 절편은 음수입니다. 두 절편의 차인 밀변 길이는

$$\begin{aligned} \frac{2t}{1-t^2} + \frac{2s}{s^2-1} &= \frac{2\{t(s^2-1) + s(1-t^2)\}}{(1-t^2)(s^2-1)} \\ &= \frac{2(s-t)(st+1)}{(1-t^2)(s^2-1)}. \end{aligned}$$

교점의 y 좌표 $\frac{2(st+1)}{s+t} > 0$ 가 높습니다. 따라서 이 두 길이의 곱의 절반을 계산하면 아래의 넓이식이 됩니다.

$$A(t, s) = \frac{2(s-t)(st+1)^2}{(s+t)(1-t^2)(s^2-1)} = \frac{32}{15}.$$

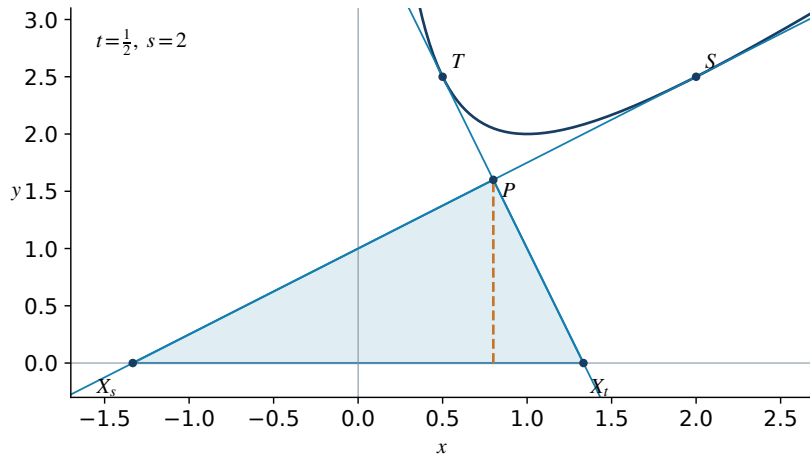
$t = \frac{1}{2}$ 를 대입하면 $(s-2)(22s^2 + 25s - 2) = 0$ 입니다. $s > 1$ 에서 두 번째 인수는 양수이므로 $s = 2$ 입니다. 양변에 로그를 취하여 미분하면

$$\frac{s' - 1}{s - t} + \frac{2(ts' + s)}{st + 1} - \frac{s' + 1}{s + t} + \frac{2t}{1 - t^2} - \frac{2ss'}{s^2 - 1} = 0.$$

$(t, s) = (\frac{1}{2}, 2)$ 를 실제로 대입하면

$$\frac{2}{3}(s' - 1) + \left(\frac{1}{2}s' + 2\right) - \frac{2}{5}(s' + 1) + \frac{4}{3} - \frac{4}{3}s' = 0.$$

s' 의 계수와 상수항을 각각 모으면 $-\frac{17}{30}s' + \frac{34}{15} = 0$ 이므로 $s' = 4$ 입니다. 넓이가 양수이고 모든 분모가 0이 아니므로 로그미분이 정당합니다.



$t = \frac{1}{2}, s = 2$ 인 경우입니다. 밑변은 음수인 절편 X_s 부터 양수인 절편 X_t 까지이고 P에서 x축까지의 거리가 높습니다.

자주 하는 실수

두 x 절편의 부호가 다르므로 밑변 길이는 양의 절편에서 음의 절편을 뺀 값이며 두 좌표를 그대로 더하면 안 됩니다.

제출용 모범답안

두 함수는 서로 역함수이고 증가하므로 교점은 $y = x$ 위에 있습니다. 이를 $(u, u), (v, v)$ ($1 < u < e < v$)라 쓰면 $a^u = u, a^v = v$ 입니다. $L = \ln a$ 로 놓고 두 곡선 사이의 넓이를 적분하면

$$R = \left[\frac{x \ln x - x - a^x}{L} \right]_u^v = (v - u) \left(v + u - \frac{2}{L} \right), \quad S = 2(v - u)^2.$$

$a \rightarrow 1+$ 에서 $u \rightarrow 1, v \rightarrow \infty$ 이고 $vL = \ln v$ 이므로

$$\frac{R}{S} = \frac{1 + \frac{u}{v} - \frac{2}{\ln v}}{2(1 - \frac{u}{v})} \rightarrow \frac{1}{2}.$$

(2)에서 z 의 접선은 $y = (1 - z^{-2})x + \frac{2}{z}$ 입니다. 두 접선의 교점과 x 절편을 이용하면

$$A(t, s) = \frac{2(s - t)(st + 1)^2}{(s + t)(1 - t^2)(s^2 - 1)} = \frac{32}{15}.$$

$t = \frac{1}{2}$ 를 대입하면 $(s - 2)(22s^2 + 25s - 2) = 0$ 이고 $s > 1$ 이므로 $s = 2$ 입니다. 양변의 로그를 취해 t 로 미분한 뒤 $(t, s) = (\frac{1}{2}, 2)$ 를 대입하면

$$\frac{2}{3}(s' - 1) + \left(\frac{1}{2}s' + 2 \right) - \frac{2}{5}(s' + 1) + \frac{4}{3} - \frac{4}{3}s' = 0.$$

따라서 $-\frac{17}{30}s' + \frac{34}{15} = 0$ 이므로 $\frac{ds}{dt} = 4$ 입니다.

BlueMath 연습용 채점 기준

역함수 교점·극한 근거 4점, 넓이 식 3점, 미분·대입 3점.

대학 공식 배점·채점 기준이 아니라, 풀이를 점검하기 위한 10점 기준입니다. 넓이식의 밑변 또는 높이만 맞으면 넓이식 항목 3점 중 1점, 두 길이와 부호를 모두 맞게 연결하면 3점입니다.

다시 쓸 판단

넓이가 일정한 조건에서 한 접점이 움직이면 먼저 교점과 절편으로 넓이를 두 변수의 식으로 만든 뒤 그 관계를 미분합니다.