

2027학년도

수리논술 FINAL

모의논술 · 수능 전 본시험 복기

공통

문제편

26묶음 · 본시험 복기 7 + 모의논술 19

수록 대학·범위·출처 안내 · 답안 작성 공간

맞보기 · 전체본 발췌

C03, MC13의 문제와 상세해설을 끝까지 담았습니다.

전체 수록 차례와 발췌한 본문은 원래 쪽수를 유지합니다.

차례에서 맞보기에 없는 문항은 이동되지 않습니다.

최민구 선생

BlueMath · Results, By Design.

2015 개정 교육과정 · 2026년 시행 / 2027학년도 대비

2026.10.25 판매 편집판 · r3

이 책에는 무엇이 있나요?

2027학년도 대학 모의논술과 수능 전에 시행된 주요 대학 본시험의 복기 문항을 함께 학습하는 공통 자료입니다. 단순한 정답 모음이 아니라 문제 접근과 서술 연습을 위한 교재입니다.

자료 구분	묶음 수	구성
수능 전 본시험 복기	7	확인 가능한 묶음 발체
2027학년도 모의논술	19	대학 모의 문항 선별
합계	26	동일 조건을 공유하는 묶음

본시험 복기 수록 대학

중앙대학교(2), 홍익대학교 서울(1), 서울시립대학교(1), 단국대학교(3)입니다. 괄호는 이 권에 수록한 묶음 수입니다.

모의논술 수록 대학

가톨릭대학교(2), 건국대학교(3), 경희대학교(1), 광운대학교(2), 서울과학기술대학교(2), 서울시립대학교(1), 인하대학교(2), 단국대학교(2), 중앙대학교(1), 성균관대학교(2), 한양대학교(1)입니다. 괄호는 이 권에 수록한 묶음 수입니다.

학습 범위

수학·수학 I·수학 II의 함수, 방정식·부등식, 지수·로그, 수열, 다항함수의 미분·적분, 평면도형을 다룹니다. 선택 미적분의 풀이 도구를 필수로 사용하지 않습니다.

자료의 성격과 수록 기준

본시험 부분은 대학 공식 발표본을 대신하는 원문이 아니라, 확보한 복기 원고를 검토한 학습 자료입니다. 모의논술은 2027학년도 자료에서 선별했습니다. 대학의 전 문항이나 전국 모든 대학의 모의를 전수 수록한 책은 아닙니다. 여러 묶음 중 발체하거나 발문을 보완한 부분은 해당 문항에 표시했습니다.

약술형, 자체 예상·변형, 과거 학년도 문항은 수록하지 않았습니다. 묶음 수는 소문항 수나 서로 다른 전국 시험 수를 뜻하지 않습니다. 기존 BlueMath 기출문제 정리1 및 Final에서 다룬 문항과 중복됩니다.

이렇게 공부합니다

문항 차례에서 출처와 학습 주제를 확인한 뒤 풀이를 작성합니다. 막혔다면 해설편에서 같은 문항 ID를 찾습니다. 해설을 읽은 뒤에는 근거를 가린 상태로 모범답안을 다시 써 보십시오. 문제편에는 정답이나 해설의 정정 메모를 넣지 않았습니다.

문항 차례와 찾기

번호 또는 ID를 누르면 해당 문항으로 이동합니다. 문제편과 해설편의 번호·ID는 같습니다.

번호·ID	학습 주제	대학·원 문항	쪽
I. 수능 전 본시험 복기			
01 · C01	삼차함수의 극솟값	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 3 [3-1]	4
02 · C02	연속한 항이 소거되는 유한합	중앙대 2027학년도 복기 · 문제 6 [6-1]	5
03 · C03	약수의 역수 합과 최댓값	홍익대 서울 2027학년도 복기 · 문제 2 (2)·(3)·(4)	6
04 · C04	대칭인 정적분과 미지의 함수	서울시립대 2027학년도 복기 · 문제 3	7
05 · C05	넓이의 합과 부호 있는 정적분	단국대 2027학년도 오전 복원 · 문제 1	8
06 · C06	지수·로그 그래프와 평행이동	단국대 2027학년도 오전 복원 · 문제 2	9
07 · C07	같은 함수값과 네 정수의 곱	단국대 2027학년도 오후 복원 · 문제 2	10
II. 2027학년도 모의논술			
08 · MC01	합성방정식의 실근과 대칭축	가톨릭대 2027 모의 · 문항 2	11
09 · MC02	로그의 정수 조건과 지수 모형	건국대 2027 모의 · 자연 1, 통합 2-1	12
10 · MC03	두 점이 다시 만나지 않을 조건	건국대 2027 모의 · 통합 2-2	13
11 · MC04	절댓값 곡선과 직선의 교점 수	경희대 2027 모의 자연계 · 논제 I (2)	14
12 · MC05	수학적 귀납법과 항등식의 대칭식	광운대 2027 모의 · 문제 1 [1]·[4]	15
13 · MC06	두 문자 최솟값과 속력 적분	서울과기대 2027 모의 · 1.1·1.3	16
14 · MC07	지수식 치환과 교점의 개수	서울시립대 2027 모의 · 문제 1	17
15 · MC08	절댓값 합성함수의 미분가능성	인하대 2027 모의 · 일반 3=의예 1	18
16 · MC09	접선과 곡선의 넓이·다항식의 극한	단국대 2027 모의 · 문제 1 논제 1·2	19
17 · MC10	일대일대응의 배열과 정수 조건	단국대 2027 모의 · 문제 2	20
18 · MC11	원의 지름과 이등변삼각형	가톨릭대 2027 모의 · 문항 3	21
19 · MC12	반원을 이용한 평균 부등식 증명	광운대 2027 모의 · 문제 2 [4]	22
20 · MC13	내접원의 반지름과 내심의 위치	서울과기대 2027 모의 · 문제 2	23
21 · MC14	접선 주변의 넓이와 점열	중앙대 2027 모의 · 문제 1·4	24
22 · MC16	주기함수의 접선과 선분이 훑는 영역	성균관대 2027 모의 · 문제 2	25
23 · MC17	근호수열이 속하는 구간의 번호	성균관대 2027 모의 · 문제 3	26
24 · MC18	세 배 첨자의 귀납수열과 교대 부분수열	인하대 2027 모의 의예 · 문제 3	27
25 · MC19	서로 역인 두 곡선의 공통접선	건국대 2027 모의 통합 · 문제 2-3	28
26 · MC20	반원과 포물선의 평행한 접선	한양대 2027 모의 · 문제 1 [1]	29

03. 약수의 역수 합과 최댓값

문항 ID: C03 · 홍익대 서울 2027학년도 복기 · 문제 2 (2)·(3)·(4)

자연수 n 의 모든 양의 약수의 역수의 합을 $f(n)$ 이라 합니다.

(2) $f(120) = f(8)f(3)f(5)$ 임을 설명하고 $f(120)$ 을 구하시오.

(3) 서로 다른 두 소수 p, q 와 음이 아닌 정수 m, n 에 대하여 $f(p^m q^n) < 3$ 임을 보이시오.

(4) $n \leq 200$ 인 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 의 최댓값을 구하시오.

풀이·답안 작성

03. 약수의 역수 합과 최댓값

문항 ID: C03 · 홍익대 서울 2027학년도 복기 · 문제 2 (2)·(3)·(4)

문제 확인

자연수 n 의 모든 양의 약수의 역수의 합을 $f(n)$ 이라 합니다.

(2) $f(120) = f(8)f(3)f(5)$ 임을 설명하고 $f(120)$ 을 구하시오.

(3) 서로 다른 두 소수 p, q 와 음이 아닌 정수 m, n 에 대하여 $f(p^m q^n) < 3$ 임을 보이시오.

(4) $n \leq 200$ 인 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 의 최댓값을 구하시오.

정답

(2) 3 (3) $f(p^m q^n) < 3$ (4) $\frac{91}{30}, n = 180$ 에서 달성

(2) 약수의 꼴을 먼저 빠짐없이 적습니다

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ 의 약수는 $2^i 3^j 5^k$ 이며 $0 \leq i \leq 3, 0 \leq j, k \leq 1$ 입니다. 그러므로 분배법칙으로

$$f(120) = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) = \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5} = 3.$$

(3) 서로 다른 소수는 작은 것부터 2, 3 이상입니다

$p < q$ 라 해도 일반성을 잃지 않습니다. 유한 등비수열의 합으로

$$f(p^m) = \frac{p}{p-1} \left(1 - \frac{1}{p^{m+1}}\right) < \frac{p}{p-1} \leq 2, \quad f(q^n) < \frac{q}{q-1} \leq \frac{3}{2}.$$

두 식을 곱하면 $f(p^m q^n) = f(p^m) f(q^n) < 3$ 입니다. $m = 0$ 또는 $n = 0$ 이어도 유한합의 식은 성립합니다.

(4) 후보를 줄이는 근거가 필요합니다

서로 다른 소인수가 네 개이면 $n \geq 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ 이므로 불가능합니다. 한 개 또는 두 개이면 (3)과 같은 비교로 $f(n) < 3$ 입니다. 한편 $f(180) = \frac{7}{4} \cdot \frac{13}{9} \cdot \frac{6}{5} = \frac{91}{30} > 3$ 이므로 세 소인수인 경우만 보면 됩니다.

세 소인수를 작은 순서대로 $p < q < r$ 라 하고 $n = p^a q^b r^c$ 라 합니다. 각각을 2, 3, 5로 바꾸면 수는 작아지고 각 유한 등비합은 커지므로, $2^a 3^b 5^c \leq 200$ 인 경우만 비교해도 전체 최댓값을 찾을 수 있습니다. 지수의 순서를 바꾼다는 추가 가정은 하지 않습니다.

$2^a 3^b 5^c = 30 \cdot 2^{a-1} 3^{b-1} 5^{c-1} \leq 200$ 이므로 뒤의 곱은 $\frac{20}{3}$ 이하입니다. 2, 3, 5만을 소인수로 갖는 이 범위의 정수는 1, 2, 3, 4, 5, 6뿐입니다. 따라서 후보와 값은 다음과 같습니다.

n	30	60	90	120	150	180
$f(n)$	$\frac{12}{5}$	$\frac{14}{5}$	$\frac{13}{5}$	3	$\frac{62}{25}$	$\frac{91}{30}$

따라서 최댓값은 $\frac{91}{30}$ 입니다. 첨부 해설의 $n = 192$ 는 $f(192) = \frac{127}{48} < 3$ 이므로 최댓값을 만들지 못합니다.

자주 하는 실수

소인수의 지수 순서를 임의로 정해 후보를 빼지 않습니다.

제출용 모범답안

소인수별 유한 등비합을 곱하면 $f(120) = 3$ 입니다. $p < q$ 인 두 소수에 대해서는 $f(p^m) < 2$, $f(q^n) < \frac{3}{2}$ 이므로 곱이 3보다 작습니다. $n \leq 200$ 에서는 소인수가 최대 세 개이며, 세 소인수인 최댓값 후보를 30, 60, 90, 120, 150, 180으로 줄여 비교하면 $f(180) = \frac{91}{30}$ 이 최대입니다.

BlueMath 연습용 채점 기준

소인수별 곱 구조 2점, 두 소수 부등식의 엄격성 2점, 최댓값 후보 제한의 논증 4점, 비교·달성 2점.

대학 공식 배점·채점 기준이 아니라, 풀이를 점검하기 위한 10점 기준입니다. 맞게 제시한 근거에 해당하는 항목만 인정하며, 같은 실수를 여러 항목에서 반복 감점하지 않습니다.

다시 쓸 판단

약수의 합은 소인수별로 분리하고 최대 비교 전에 가능한 소인수 개수를 제한합니다.

20. 내접원의 반지름과 내심의 위치

문항 ID: MC13 · 서울과기대 2027 모의 · 문제 2

원 $x^2 + y^2 = 4$ 의 제1사분면 위 점 P에서 x, y 축에 내린 수선의 발을 A,B라 합니다. $\theta = \angle ABP$ 이며 직각삼각형 ABP 의 내심 C, 반지름 r 에 대해 다음을 구하시오.

- (1) P의 좌표
- (2) $r = a \sin \theta + b \cos \theta + c$ 인 a, b, c
- (3) $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$, $OC = \frac{\sqrt{70}}{5}$ 일 때 $\tan \theta$

풀이·답안 작성

20. 내접원의 반지름과 내심의 위치

문항 ID: MC13 · 서울과기대 2027 모의 · 문제 2

문제 확인

원 $x^2 + y^2 = 4$ 의 제1사분면 위 점 P에서 x, y 축에 내린 수선의 발을 A, B라 합니다. $\theta = \angle ABP$ 이며 직각삼각형 ABP 의 내심 C, 반지름 r 에 대해 다음을 구하시오.

- (1) P의 좌표
- (2) $r = a \sin \theta + b \cos \theta + c$ 인 a, b, c
- (3) $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$, $OC = \frac{\sqrt{70}}{5}$ 일 때 $\tan \theta$

정답

- (1) $(2 \cos \theta, 2 \sin \theta)$ (2) $(1, 1, -1)$ (3) $\frac{1}{3}$

(1) 각 θ 가 어느 변 사이의 각인지 먼저 확인합니다

$P = (u, v)$ 라 놓으면 제1사분면 조건에서 $u > 0, v > 0$ 이고, 원의 방정식으로 $u^2 + v^2 = 4$ 입니다. $A = (u, 0)$, $B = (0, v)$ 이므로 삼각형 ABP 는 P에서 직각이며, $BP = u$, $AP = v$, $AB = 2$ 입니다. θ 는 B에서의 각이므로

$$\cos \theta = \frac{BP}{AB} = \frac{u}{2}, \quad \sin \theta = \frac{AP}{AB} = \frac{v}{2}.$$

따라서 $P = (2 \cos \theta, 2 \sin \theta)$ 입니다. 원의 반지름이 2라는 사실만으로 좌표를 곧바로 쓰기보다, 주어진 θ 가 삼각형에서 어떤 각인지 확인해야 합니다.

(2) 내접반지름 공식은 삼각형의 넓이를 두 방법으로 구하면 나옵니다

내심 C를 세 꼭짓점 A, B, P와 연결합니다. C에서 세 변까지의 거리는 모두 r 이므로, 세 작은 삼각형의 넓이의 합은 $\frac{r(u+v+2)}{2}$ 입니다. 한편 원래 직각삼각형의 넓이는 $\frac{uv}{2}$ 이므로

$$\frac{uv}{2} = \frac{r(u+v+2)}{2}, \quad r = \frac{uv}{u+v+2}.$$

$u^2 + v^2 = 4$ 를 이용하면

$$(u+v-2)(u+v+2) = (u+v)^2 - 4 = 2uv$$

이므로 $r = \frac{u+v-2}{2}$ 입니다. (1)의 좌표를 대입하면

$$r = \sin \theta + \cos \theta - 1.$$

따라서 물음의 세 계수는 $a = 1, b = 1, c = -1$ 입니다.

(3) 내심은 두 직각변에서 각각 r 만큼 떨어져 있습니다

두 직각변 AP 와 BP 의 직선은 각각 $x = u, y = v$ 입니다. 내심은 삼각형 내부, 즉 P 의 왼쪽 아래에 있으므로 $C = (u - r, v - r)$ 입니다. $r = \frac{u+v-2}{2}$ 를 대입하여 각 좌표를 먼저 정리하면

$$C = \left(1 + \frac{u-v}{2}, 1 - \frac{u-v}{2}\right).$$

따라서

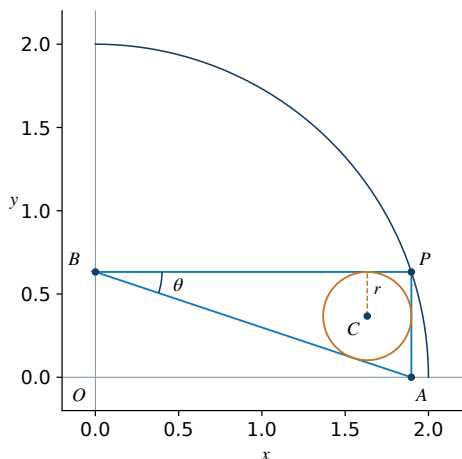
$$\begin{aligned} OC^2 &= \left(1 + \frac{u-v}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{u-v}{2}\right)^2 \\ &= 2 + \frac{(u-v)^2}{2} = 2 + \frac{u^2 + v^2 - 2uv}{2} = 4 - uv. \end{aligned}$$

$OC = \frac{\sqrt{70}}{5}$ 이므로 $OC^2 = \frac{70}{25} = \frac{14}{5}$ 입니다. 따라서 $uv = 4 - \frac{14}{5} = \frac{6}{5}$ 입니다.

이제 구하려는 $t = \tan \theta = \frac{v}{u}$ 를 사용합니다. $v = tu$ 와 $u^2 + v^2 = 4$ 를 함께 쓰면 $u^2 = \frac{4}{1+t^2}$ 이므로

$$uv = tu^2 = \frac{4t}{1+t^2} = \frac{6}{5}.$$

분모가 양수이므로 양변에 $5(1+t^2)$ 을 곱하여 $20t = 6 + 6t^2$, 즉 $(3t-1)(t-3) = 0$ 을 얻습니다. 두 후보는 $t = \frac{1}{3}$ 과 $t = 3$ 입니다. 그러나 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 에서 $0 < \tan \theta < 1$ 이므로 $t = 3$ 은 제외됩니다. 따라서 $\tan \theta = \frac{1}{3}$ 입니다.



각 θ 는 B에서의 각입니다. 내심 C는 두 직각변의 직선 $x=u, y=v$ 에서 각각 r 만큼 떨어져 있습니다.

자주 하는 실수

주어진 각은 원점의 각이 아니라 B에서의 각입니다.

제출용 모범답안

$P = (2 \cos \theta, 2 \sin \theta)$ 이고 $r = \sin \theta + \cos \theta - 1$ 입니다. 내심 $C = (u - r, v - r)$ 에서 $OC^2 = 4 - uv = \frac{14}{5}$ 이므로 $uv = \frac{6}{5}$ 입니다. $t = \frac{v}{u}$ 에 대하여 $\frac{4t}{1+t^2} = \frac{6}{5}$ 이고 $0 < t < 1$ 에서 $t = \frac{1}{3}$ 입니다.

BlueMath 연습용 채점 기준

좌표·반지름 4점, 내심 좌표·거리식 3점, 범위에 맞는 근 선택 3점.

대학 공식 배점·채점 기준이 아니라, 풀이를 점검하기 위한 10점 기준입니다. 맞게 제시한 근거에 해당하는 항목만 인정하며, 같은 실수를 여러 항목에서 반복 감점하지 않습니다.

다시 쓸 판단

내심의 좌표는 직각변에서 떨어진 거리가 모두 r 이라는 뜻으로 구합니다.