

한국항공대학교 이학

실제 문제 + 상세해설 맛보기

2025학년도 이학계열 기출 학습: 문제 1 전체

문제 및 제시문: 원본 PDF 1-1쪽

[KAU_Science_07_Past_Exam_Study_13_Questions.pdf](#)

상세해설: 원본 PDF 1-2쪽

[KAU_Science_07_Past_Exam_Study_14_Solutions.pdf](#)

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

2025학년도 한국항공대학교 이학계열

는

술우수자전형 - 이학계열 수학

문제 1 (50점)

제시문

(가) 복소수 $a + bi$ 의 허수부분의 부호를 바꾼 $a - bi$ 를 $a + bi$ 의 켤레복소수라 하고 $\overline{a + bi} = a - bi$ 로 나타낸다. ($i = \sqrt{-1}$)

(나) 함수 $y = f(x)$ 에서 x 가 a 에서 $a + \Delta x$ 까지 변할 때 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

이다. $\Delta x \rightarrow 0$ 일 때 이 값의 극한이 존재하면 f 는 $x = a$ 에서 미분가능하다고 한다.

(다) 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 은 $a_{n+1} = ra_n$ 을 만족한다.

[문제 1-1] 집합

$$A = \{z \mid z\bar{z} = 2, z \text{는 복소수}\}, \quad B = \{z \mid z = k(2 + 2i), k \text{는 실수}\}$$

일 때, $A \cap B$ 를 원소나열법으로 나타내시오.

[문제 1-2] 실수 전체에서 정의된 함수 f 가 $x \geq 0$ 일 때

$$f(x) = |(x + 2)(x - 3)(x - 4)|$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 를 만족한다.

- (1) 제시문 (나)를 이용하여 $x = 4$ 에서 $f(x)$ 가 미분가능하지 않음을 보이시오.
- (2) $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 미분가능하지 않을 때, a 의 값을 모두 구하시오.

[문제 1-3] 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이고, $\{b_n\}$ 은 첫째항이 9, 공비가 $\frac{1}{27}$ 인 등비수열이다. 점

$$R_n = (a_n, b_n)$$

을 잡고 선분 $R_n R_{n+1}$ 을 지름으로 하는 원을 C_n , 그 중심을 O_n 이라 하자.

- (1) R_1, R_2, R_3, O_1, O_2 의 좌표를 각각 구하시오.
- (2) O_n 의 좌표를 n 에 대한 식으로 나타내시오.
- (3) 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2$ 의 그래프가 O_1, O_2 를 지날 때 a, b 를 구하시오.
- (4) (3)의 함수 위의 점 $P(t, f(t))$ ($\frac{1}{2} \leq t \leq 1$)에서 직선 $O_1 O_2$ 까지의 거리가 $t = \alpha$ 에서 최대일 때 α^2 을 구하시오.

2025학년도 한국항공대학교 이학계열

문제 1-1

핵심 발상

집합 B 의 원소를 $z = 2k + 2ki$ 로 놓고 $z\bar{z} = 2$ 를 바로 적용한다.

$z \in B$ 이면 $z = 2k(1 + i)$ 이므로

$$z\bar{z} = (2k)^2 + (2k)^2 = 8k^2.$$

$z \in A$ 이려면 $8k^2 = 2$, 즉 $k = \pm \frac{1}{2}$ 이다. 따라서

$$z = 1 + i \quad \text{또는} \quad z = -1 - i.$$

정답

$$A \cap B = \{1 + i, -1 - i\}.$$

공식 채점기준 요약

원소를 모두 정확히 쓰면 10점. 일부만 맞으면 부분점수. 집합 기호까지 정확히 쓰는 것이 안전하다.

문제 1-2

핵심 발상

절댓값이 씌워진 단순근에서는 좌우 기울기가 반대로 바뀐다. $x = 0$ 은 짝함수 조건 때문에 추가로 확인해야 한다.

$x = 4$ 근방에서 $(x + 2)(x - 3) > 0$ 이다. $h = \Delta x$ 라 쓰면

$$f(4 + h) = |(6 + h)(1 + h)h|.$$

따라서

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(4 + h) - f(4)}{h} = -6, \quad \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(4 + h) - f(4)}{h} = 6.$$

좌우 미분계수가 다르므로 $x = 4$ 에서 미분가능하지 않다.

$x \geq 0$ 에서 절댓값 안의 다항식은 단순근 3, 4를 가지므로 $x = 3, 4$ 에서 미분불가능하다. $f(-x) = f(x)$ 이므로 $x = -3, -4$ 도 미분불가능하다. 또한 $0 < x < 3$ 에서는

$$f(x) = (x + 2)(x - 3)(x - 4) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$$

이므로 오른쪽 미분계수는 $f'_+(0) = -2$ 이다. 짝함수이므로 왼쪽 미분계수는 $f'_-(0) = 2$ 가 되어 $x = 0$ 에서도 미분불가능하다.

정답

(1) $x = 4$ 에서 미분불가능. (2) $a = -4, -3, 0, 3, 4$.

공식 채점기준 요약

(1) 6점, (2) 6점. (2)는 다섯 점을 전부 쓰고 근거를 제시해야 만점.

Blue Math 연계

Lecture 07 “함수의 미분가능성”. 절댓값 함수의 좌우미분과 짝함수의 원점 미분가능성 점검에 직접 연결된다.

문제 1-3

핵심 발상

두 등비수열의 일반항 $a_n = 2/3^{n-1}$, $b_n = 9/27^{n-1}$ 부터 정리하면 모든 좌표가 한 번에 나온다. 마지막 거리는 직선과 점 사이의 거리식을 t 의 함수로 만들어 최댓값을 찾는다.

(1)

$$R_1 = (2, 9), \quad R_2 = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right), \quad R_3 = \left(\frac{2}{9}, \frac{1}{81}\right).$$

중점이므로

$$O_1 = \left(\frac{4}{3}, \frac{14}{3}\right), \quad O_2 = \left(\frac{4}{9}, \frac{14}{81}\right).$$

(2) 일반항을 쓰면

$$a_n = \frac{2}{3^{n-1}}, \quad b_n = \frac{9}{27^{n-1}}.$$

따라서

$$O_n = \left(\frac{a_n + a_{n+1}}{2}, \frac{b_n + b_{n+1}}{2}\right) = \left(\frac{4}{3^n}, \frac{126}{27^n}\right).$$

(3) $f(x) = Ax^3 + Bx^2$ 라 쓰면

$$A\left(\frac{4}{3}\right)^3 + B\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{14}{3}, \quad A\left(\frac{4}{9}\right)^3 + B\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{14}{81}.$$

연립하면

$$A = \frac{63}{32}, \quad B = 0.$$

즉 $f(x) = \frac{63}{32}x^3$ 이다.(4) 직선 O_1O_2 의 기울기는

$$\frac{\frac{14}{81} - \frac{14}{3}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{3}} = \frac{91}{18},$$

따라서 직선의 방정식은

$$273x - 54y - 112 = 0.$$

 $P = (t, \frac{63}{32}t^3)$ 에서 이 직선까지의 거리는 상수분모를 제외하면

$$D(t) \propto 273t - \frac{1701}{16}t^3 - 112$$

이고 $\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ 에서는 괄호 안이 양수이다. 따라서

$$D'(t) \propto 273 - \frac{5103}{16}t^2 = 0$$

에서

$$t^2 = \frac{273 \cdot 16}{5103} = \frac{208}{243}.$$

둘째 미분이 음수이므로 이때 최대이다.

정답

(1) 위 좌표들, (2) $O_n = (4/3^n, 126/27^n)$, (3) $a = 63/32, b = 0$, (4) $\alpha^2 = 208/243$.

공식 채점기준 요약

(1) 5점, (2) 6점, (3) 8점, (4) 9점.

Blue Math 연계

Lecture 10 “그래프의 개형”, Lecture 11 “함수 그래프의 응용”. 점-직선 거리의 최댓값을 접선 기울기 조건으로 해석하는 부분이 핵심이다.