

덕성여자대학교 약학

실제 문제 + 상세해설 맛보기

덕성여대 약학 · 기본 01 문제 1 전체

문제 및 제시문: 원본 PDF 2-2쪽

21_2027_BlueMath_Duksung_Pharmacy_Basic_01_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 3-4쪽

22_2027_BlueMath_Duksung_Pharmacy_Basic_01_Solutions.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

[문제 1]

대문항 30점

세 양수 p, q, r 와 10 이하의 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(a) n 이 홀수일 때, $a_n = pr^{\frac{n-1}{2}}$ 이다.

(b) $a_n a_{11-n} = q$ 이고 $a_1 + a_2 = 6$ 이다.

[1-1] 수열 $\{a_{2m}\}$ 의 일반항을 구하시오. 단, m 은 5 이하의 자연수이다.

[10점]

[1-2] $\sum_{k=1}^{10} a_k = 726$ 일 때, r 의 값을 구하시오.

[10점]

[1-3] $r = 2$ 이고 p 가 자연수일 때, 가능한 서로 다른 q 의 값을 작은 수부터 나열한 것을 $b_1, b_2, \dots, b_l$ 이라 하자.

$\sum_{k=1}^l b_k$ 의 값을 구하시오.

[10점]

[문제 1-1] 홀수항·짝수항을 묶는 등비수열

10점

문제 확인 수열 $\{a_{2m}\}$ 의 일반항을 구하시오. 단, m 은 5 이하의 자연수이다.

풀이의 출발점 짝수항의 번호를 그대로 조건에 넣으면, 그 항과 곱해지는 홀수항을 바로 알 수 있습니다.

$n = 2m$ 을 대입하면 $a_{2m}a_{11-2m} = q$ 입니다. 여기서

$$11 - 2m = 2(6 - m) - 1$$

이므로 a_{11-2m} 은 홀수항입니다. 따라서

$$a_{11-2m} = pr^{5-m}, \quad a_{2m} = \frac{q}{pr^{5-m}} = \frac{q}{p}r^{m-5}.$$

특히 $m = 1$ 이면 $a_2 = \frac{q}{p}r^{-4}$ 입니다. $a_1 = p$ 이고 $a_1 + a_2 = 6$ 이므로

$$\frac{q}{p}r^{-4} = 6 - p, \quad q = p(6 - p)r^4.$$

이를 일반항에 넣으면 $a_{2m} = (6 - p)r^{m-1}$ 도 얻습니다. 모든 항이 양수이므로 $0 < p < 6$ 입니다. 홀수항과 짝수항이 각각 첫째항만 다르고 공비는 같은 등비수열이라는 점이 다음 문항의 핵심입니다.

수리논술 모범답안

$a_{2m}a_{11-2m} = q$ 이고 $a_{11-2m} = pr^{5-m}$ 이므로 $a_{2m} = \frac{q}{p}r^{m-5}$ 이다. 또한 $a_1 + a_2 = 6$ 에서 $q = p(6 - p)r^4$ 이므로 $a_{2m} = (6 - p)r^{m-1}$ 이다.

채점 요소	배점
대응하는 홀수항의 번호와 식	4점
짝수항의 일반항	6점

[문제 1-2] 홀수항·짝수항을 묶는 등비수열

10점

문제 확인 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 726$ 일 때, r 의 값을 구하시오.

풀이의 출발점 열 항을 한꺼번에 더하기보다, $(a_1 + a_2), (a_3 + a_4), \dots$ 를 다섯 묶음으로 계산합니다.

[1]의 결과로

$$a_{2m-1} + a_{2m} = \{p + (6 - p)\}r^{m-1} = 6r^{m-1}.$$

따라서 주어진 합은

$$6(1 + r + r^2 + r^3 + r^4) = 726, \quad 1 + r + r^2 + r^3 + r^4 = 121.$$

$r = 3$ 을 넣으면 $1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$ 이므로 조건을 만족합니다. 여기서 끝내면 후보를 찾은 것에 그칩니다. $r > 0$ 에서 각 거듭제곱은 증가하므로 $1 + r + r^2 + r^3 + r^4$ 도 증가합니다. 따라서 조건을 만족하는 양수 r 은 하나 뿐이고, 그 값은 3입니다.

답안에서 빠뜨리지 않을 점 등비수열의 합 공식을 쓸 때 $r = 1$ 인 경우를 빠뜨리지 마십시오. 이 풀이처럼 다항식으로 합을 쓰면 $r = 1$ 도 자연스럽게 포함됩니다.

빠른 풀이 또는 확인 $r(r+1)(r^2+1) = 120$ 으로도 쓸 수 있습니다. $3 \cdot 4 \cdot 10 = 120$ 으로 후보를 찾은 뒤, 양수 범위에서 증가함을 확인합니다.

수리논술 모범답안

$a_{2m-1} + a_{2m} = 6r^{m-1}$ 이므로 $1 + r + r^2 + r^3 + r^4 = 121$ 이다. $r = 3$ 은 이 식을 만족하고, 좌변은 $r > 0$ 에서 증가하므로 $r = 3$ 이다.

채점 요소	배점
두 항씩 묶어 합의 방정식 설정	6점
값 계산과 양수 해의 유일성	4점

[문제 1-3] 홀수항·짝수항을 묶는 등비수열

10점

문제 확인 $r = 2$ 이고 p 가 자연수일 때, 가능한 서로 다른 q 의 값을 작은 수부터 나열한 것을 $b_1, b_2, \dots, b_l$ 이라 하자. $\sum_{k=1}^l b_k$ 의 값을 구하십시오.

풀이의 출발점 가능한 p 를 세는 문제와 서로 다른 q 를 세는 문제는 다릅니다. 같은 곱이 두 번 나오는 경우를 제거해야 합니다.

$r = 2$ 이므로 $q = 16p(6-p)$ 입니다. p 가 자연수이고 $0 < p < 6$ 이므로

$$p = 1, 2, 3, 4, 5.$$

각 값을 대입한 결과를 정리하면 다음과 같습니다.

p	1	2	3	4	5
$6-p$	5	4	3	2	1
q	80	128	144	128	80

p 와 $6-p$ 를 바꾸어도 곱은 같으므로, 서로 다른 값은 80, 128, 144입니다.

$$l = 3, \quad \sum_{k=1}^l b_k = 80 + 128 + 144 = 352.$$

$p = 0$ 또는 $p = 6$ 이면 항의 양수 조건을 만족하지 않습니다. 이 두 값을 포함시키지 않는 이유까지 확인해야 합니다.

수리논술 모범답안

$q = 16p(6-p)$ 이고 $p = 1, 2, 3, 4, 5$ 이다. 서로 다른 q 의 값은 80, 128, 144이므로 구하는 합은 352이다.

채점 요소	배점
양수 조건으로 가능한 정수 제한	4점
중복 제거와 합 계산	6점