부산대학교 일반자연

실제 문제 + 상세해설 맛보기

부산대 일반 · 기출모의 1회 문항 2

문제 및 제시문: 원본 PDF 4-4쪽

PNU_General_Past_01_Questions.pdf

상세해설: 원본 PDF 7-8쪽

PNU_General_Past_01_Solutions.pdf

판매 통합본에 포함된 원본 페이지를 그대로 발췌했습니다.

문제와 필요한 제시문, 대응 상세해설을 함께 제공합니다.

전체 자료가 아닌 일부 발췌본입니다.

대학이 제작하거나 승인한 교재가 아닙니다.

문항 2 법선 절편과 삼차방정식

출제 연결: 부산대 2026 자연 문항 2 · 의약학 문항 1 · 합본 2 · 7쪽 · 원문 조건 유지

곡선 $y = f(x)$의 점 $(t, f(t))$에서의 접선에 수직인 직선의 x절편을 $g(t)$라 한다. $A_k = \{t \mid g(t) = g(k)\}$이다.

(1) $f = x^2 + px + \frac{p}{2} - \frac{1}{2}$에 대해 A_k의 원소가 2개인 k가 존재하는 자연수 p의 최솟값을 구하고, 그때 해당하는 모든 k의 합을 구하시오. [20점]

(2) $f = x^2 + x - 7$, $m_k = \min A_k$, $M_k = \max A_k$라 한다. $m_k < k < M_k$에서 $M_k^2 + m_k^2$의 최댓값을 구하시오. [15점]

접근 메모 · 조건 확인 · 답안 구성

문항 2 법선 절편과 삼차방정식

출제 연결: 부산대 2026 자연 문항 2 · 의약학 문항 1 · 합본 2 · 7쪽 · 원문 조건 유지

곡선 $y = f(x)$의 점 $(t, f(t))$에서의 접선에 수직인 직선의 x절편을 $g(t)$라 한다. $A_k = \{t \mid g(t) = g(k)\}$이다.

(1) $f = x^2 + px + \frac{p}{2} - \frac{1}{2}$에 대해 A_k의 원소가 2개인 k가 존재하는 자연수 p의 최솟값을 구하고, 그때 해당하는 모든 k의 합을 구하시오. [20점]

(2) $f = x^2 + x - 7$, $m_k = \min A_k$, $M_k = \max A_k$라 한다. $m_k < k < M_k$에서 $M_k^2 + m_k^2$의 최댓값을 구하시오. [15점]

풀이의 출발점

접선 기울기가 0인 경우까지 $g(t) = t + f(t)f'(t)$에 포함됩니다. 축을 옮겨 삼차식의 증감과 근의 관계를 조사합니다.

(1) 극값이 생기는 최소 매개변수

$u = t + \frac{p}{2}$, $c = \frac{p^2 - 2p + 2}{4}$라 하면

$$g(t) = 2u^3 - \frac{p(p-2)}{2}u - \frac{p}{2}.$$

서로 다른 근이 정확히 2개인 높이가 존재하려면 삼차함수에 두 극값이 있어야 하므로 $p(p-2) > 0$. 최소 자연수는 3입니다. 이때 도함수는 $6u^2 - \frac{3}{2}$, 극값 위치는 $\pm\frac{1}{2}$입니다. 두 극값 높이의 근은 $\{-1, \frac{1}{2}\}$, $\{-\frac{1}{2}, 1\}$입니다. $k = u - \frac{3}{2}$의 네 값은 $-\frac{5}{2}, -2, -1, -\frac{1}{2}$, 합은 $\boxed{-6}$입니다.

t	$-\infty$	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	∞
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g		$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	

(2) 가운데 근으로 두 끝근을 표현

$u = t + \frac{1}{2}$이면 $g = 2u^3 - \frac{27}{2}u - \frac{1}{2}$. 세 근을 α, κ, γ라 하면 합은 0, 두 근씩 곱의 합은 $-\frac{27}{4}$입니다. 가운데 근은 $-\frac{3}{2} < \kappa < \frac{3}{2}$이며

$$m_k^2 + M_k^2 = (\alpha - \frac{1}{2})^2 + (\gamma - \frac{1}{2})^2 = 14 - \kappa^2 + \kappa = \frac{57}{4} - (\kappa - \frac{1}{2})^2.$$

$\kappa = \frac{1}{2}$는 허용 구간 안에 있으므로 실제 최댓값은 $\boxed{\frac{57}{4}}$, 그때 $k = 0$입니다.

정답

(1) $p_{\text{min}} = 3, \quad \sum k = -6$
(2) $\dfrac{57}{4}$ $(k = 0)$

논술 답안 작성 예시

절편식을 축 이동으로 정리하면 $p > 2$에서만 극값 두 개가 생긴다. $p = 3$의 극값 높이에서 근을 모두 구해 합은 -6이다. 다음 함수의 두 끝근 제곱합은 가운데 근에 대한 완전제곱으로 정리되어 최대 $\dfrac{57}{4}$이다.

여기서 틀리기 쉽습니다

극값 위치만 k의 답으로 쓰면 다른 한 근이 빠집니다. 수평선 위의 모든 점을 포함하세요.

채점 기준

문항	채점 요소	배점
(1)	극값이 생기는 최소 매개변수 · 핵심 식 6점 / 조건과 계산 과정 8점 / 결론 및 경계 확인 6점	20
(2)	가운데 근으로 두 끝근을 표현 · 핵심 식 4점 / 조건과 계산 과정 6점 / 결론 및 경계 확인 5점	15