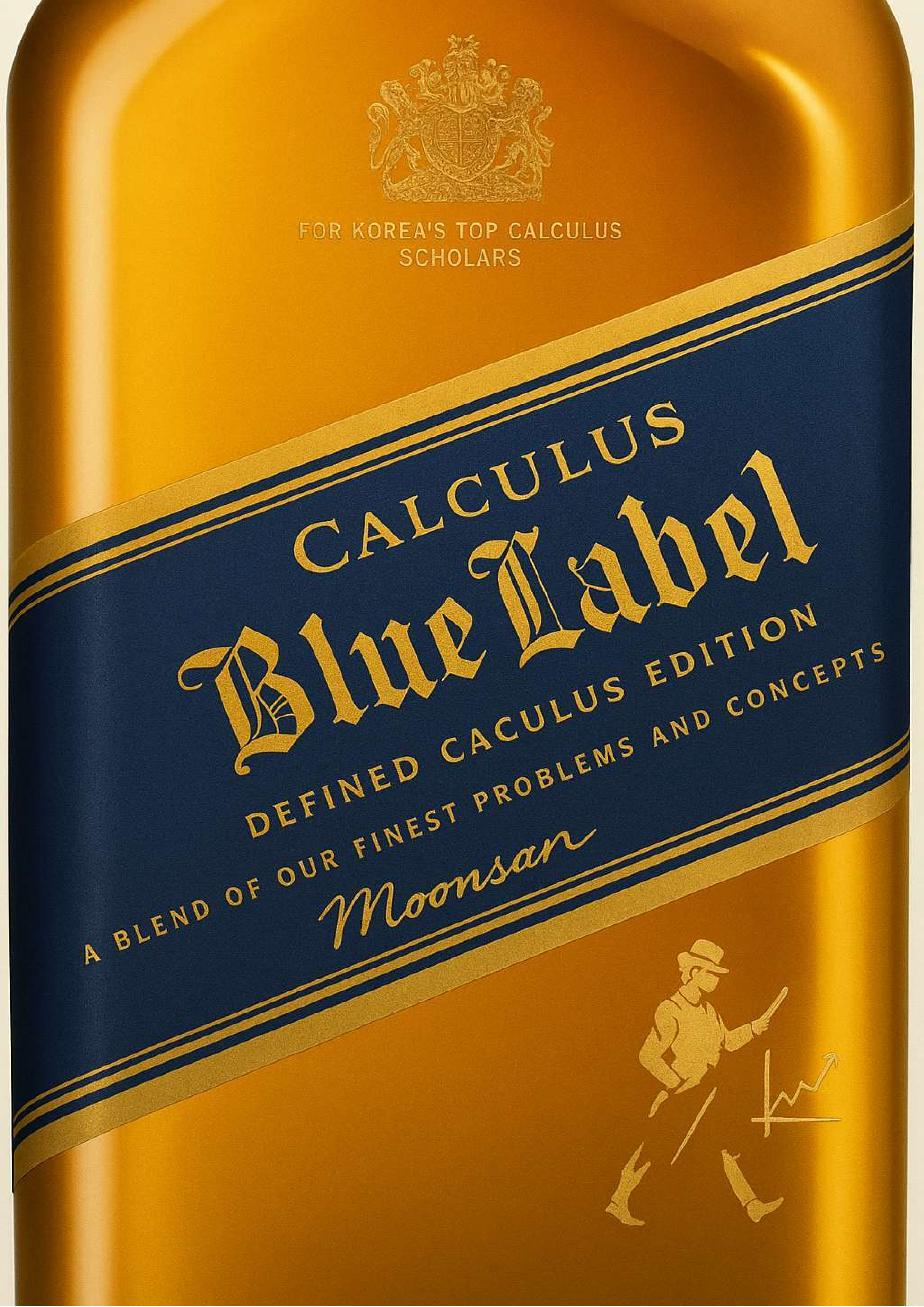

FOR KOREA'S TOP CALCULUS
SCHOLARS
CALCULUS
Blue Label
DEFINED CACULUS EDITION
A BLEND OF OUR FINEST PROBLEMS AND CONCEPTS
Moonsan

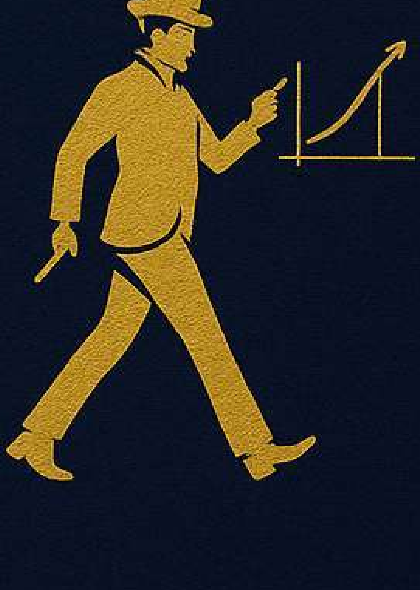
FOR KOREA'S TOP CALCULUS SCHOLARS

Calculus
Blue Label

FINED CALCULUS EDITION

A BLEND OF OUR FINEST PROBLEMS
AND CONCEPTS

Moonsan



2023 6월 모의고사
2023 9월 모의고사
2023 수능
2024 6월 모의고사
2024 9월 모의고사
2024 수능
2025 6월 모의고사
2025 9월 모의고사
2025 수능
2026 6월 모의고사

2023년 6월 모의고사
미적분 파트

난이도 :중

무난함의 연속

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n^2+n}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2023/6월/28번 해설지

함수가 합성되어 있고 구간별로 나누어진 복잡한 함수다. 그러나 주어진 조건들에서만 생각한다면 쉽게 풀리는 문제이다.

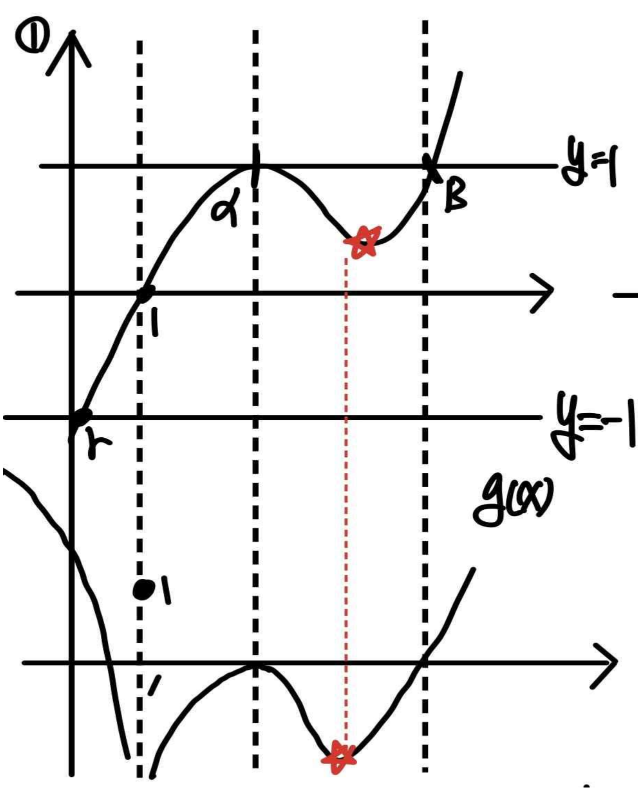
(가) 조건을 해석해보자 $g(x)$가 $x \neq 1$인 모든 실수에서 연속이라는 뜻은 $x=1$일 때 불연속이 되어야 한다는 뜻이다. 로그함수에서 불연속은 정의역이 0이 될 때이므로 $x=1$일 때 $f(1)=0$ 된다는 의미이다. 그리고 $x \neq 1$에서 $f(x) \neq 0$이가 됨을 알 수 있다.

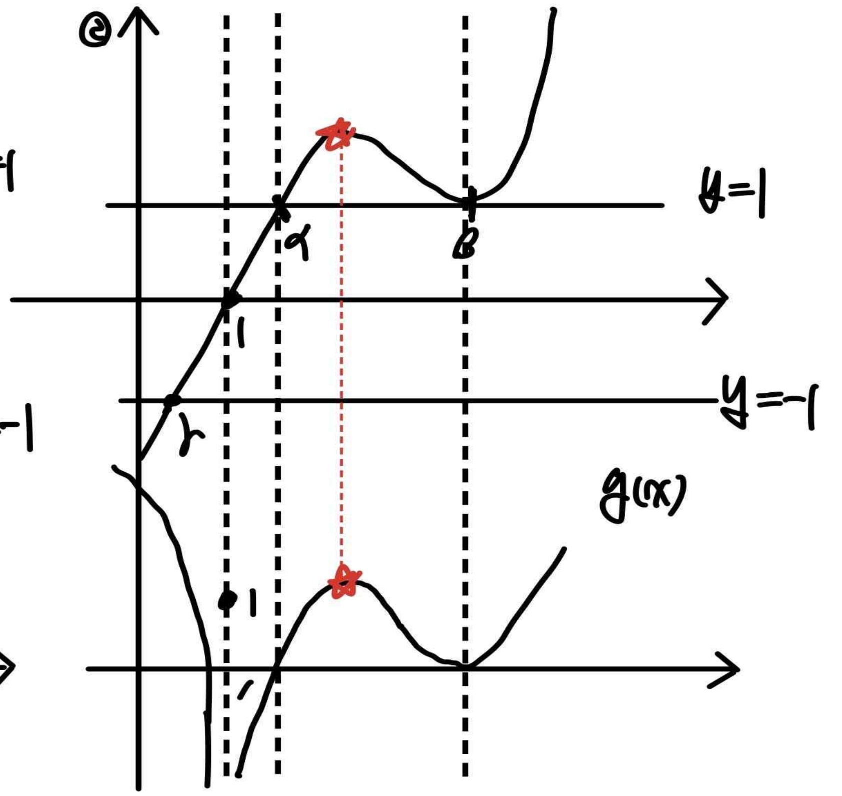
(나) 조건에서는 그래프의 개형 유추가 가능하다. 그러나 그래프를 그리기 전까진 별 영향이 없는 조건. 극대 극소 얘기가 나오니 $f'(2)=0(g'(2)=0)$임은 알 수 있다.

(다) 조건에서 $g(x)=0$가 될 수 있는 상태는 $\ln|f(x)|$가 0이 되는 경우 뿐이다. 즉 $|f(x)|$가 1이 될 때이다. $|f(x)|=1$에서 서로 다른 세 실근이 나오게 된다.(근 3개: α, β, γ)

이제 조건을 다 해석했으니 문제를 차근차근 풀면 된다. 당연히 그래프를 그릴 생각을 해야 하고 합성함수이다 보니 속함수를 그리고 그다음 그래프의 동향을 따라가면 된다. 합성함수의 도함수를 그리기엔 분수꼴 다항함수가 나오기 때문에 쉽지 않기 때문이다.(분수꼴 다항함수를 그리려면 또 미분을 해야하는데 시간내에 풀기에 너무 시간이 오래 걸린다.)그럼 먼저 $f(x)$를 그리고 $\ln|x|$의 동향을 파악하며 그림을 그리면 된다. 여기서 $\ln|x|$가 $x=1$을 기준으로 증감추세가 변하는데 $x=1$왼쪽에선 감소를 하고 $x=1$오른쪽에선 증가를 한다.

먼저 $f(x)$를 그려야 하는데 (다) 조건에 의하여 $y=1,-1$와 만나는 점이 3개가 되어야 한다. $f(x)$의 최고차항의 계수가 양수이므로 $y=1$에서 근 두 개가 나와야 한다. 이때 근은 중근과 실근 한 개 . 그러므로 두 가지의 경우가 나오게 된다. 그후 로그함수의 감소 증가에 따라 함수를 그려주면 된다 속함수가 증가일땐 겉함수의 경향을 따라가고 감소일땐 겉함수의 경향을 반대로 따라간다. 즉 비례=증가, 반비례=감소로 기억하면 편하다.





2번 그림에선 절댓값을 씌였을 때 극대에서 극소로 바뀌는 지점이 없으므로 1번 그림이 된다. 1번 그림에서 α 지점에서 극대이지만 위로 올리면 극소가 되기 때문이다.(by (나) 조건) $\alpha = 2$ 가 된다. 이제 함수만 써주면 끝. 차의 함수를 이용하자.

$f(x) - 1 = \frac{1}{2}(x-2)^2(x-\beta)$, $f(1) = 0$이므로 $\beta = 3$이다.

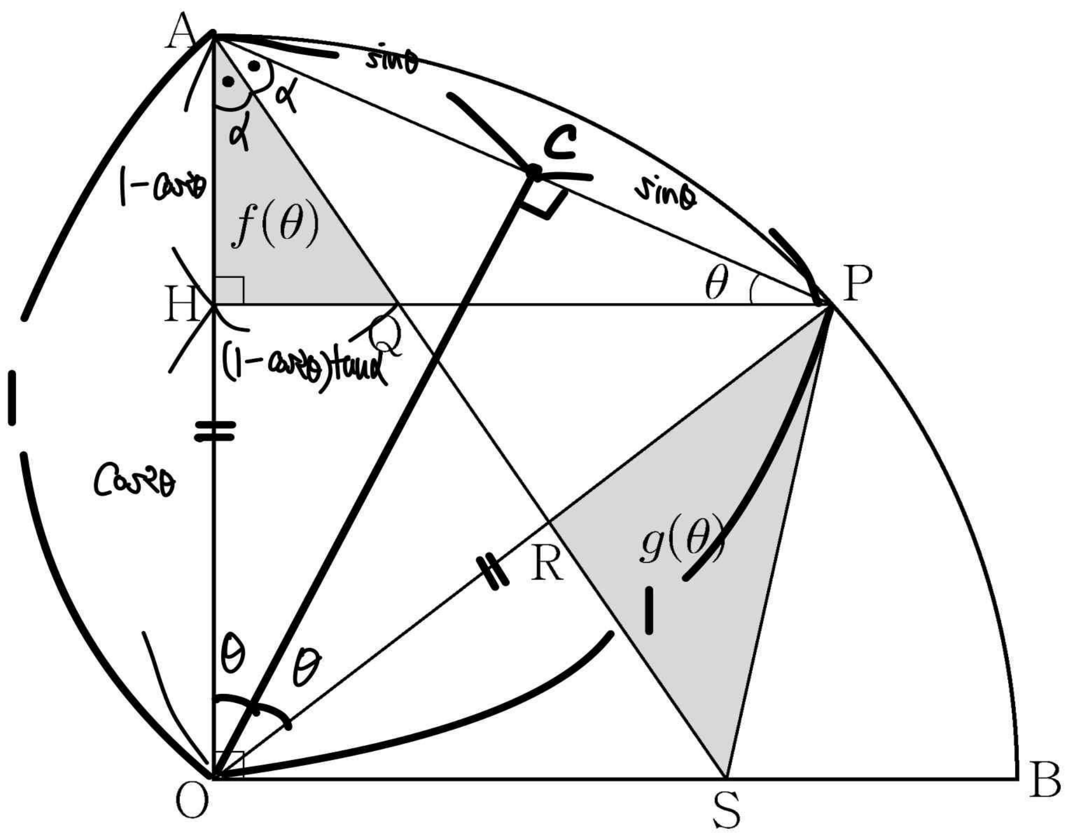
$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2(x-3) + 1$.문제에서 극소를 구하라 했으니 도함수를 구해주면 $f'(x) = \frac{1}{2}(x-2)(3x-8)$,여기서 $x = \frac{8}{3}$일 때 극소이므로 정답은

$\ln|f(\frac{8}{3})| = \ln\frac{25}{27}$ 이 된다.

2023/6월/29번 해설지

$g(\theta)$ 가 구하기 까다롭다.나머지를 제외하면 $f(\theta)$는 그냥 코사인과 사인, 탄젠트를 이용해 나타내면 끝. $g(\theta)$ 어떻게 구할 건지가 이 문제에서의 포인트.

그럼 $f(\theta)$를 구해야하니 각 표시와 길이 표시를 모두 해보자.



여기서 $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$ 이다. 이제 $f(\theta)$를 계산하기만 하면 된다!

$f(\theta) = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)^2 \tan\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)^2 \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$ 여기서 계산을 쉽게 하도록 θ를 미리 0+로 보내보자.

$\lim_{x\to 0+}(1-\cos 2\theta) \approx \lim_{x\to 0+} 2\theta$, $\lim_{x\to 0+} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \approx \tan\frac{\pi}{4} = 1$

이다. 그러므로 $\lim_{x\to 0+} f(\theta) = \lim_{x\to 0+} \frac{1}{2} * 4\theta^4 * 1 = \lim_{x\to 0+} 2\theta^4$ 이다.

이제 $g(\theta)$ 를 구해보자.